ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 MARS 1957.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON BINET.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Notice nécrologique sur HENRY NORRIS RUSSELL, *Correspondant pour la Section d'Astronomie*,

par M. **ANDRÉ DANJON**.

Avec **HENRY NORRIS RUSSELL**, disparaît l'une des figures les plus originales de la science contemporaine, et l'un de ceux qui ont contribué le plus efficacement à faire de l'astronomie stellaire une science interprétative.

H. N. Russell naquit à Oyster Bay (New-York) le 25 octobre 1877. Étudiant à l'Université de Princeton, il y prend ses grades et y reçoit le titre de docteur en 1899. De 1902 à 1905, il fait un stage à l'Observatoire de Cambridge (Angleterre), où il collabore avec Hinks à la détermination photographique des parallaxes stellaires.

De retour à Princeton, il s'y fixe définitivement, assumant jusqu'en 1947 la double fonction de professeur d'astronomie et de directeur de l'Observatoire. Mais pour H. N. Russell l'âge de la retraite n'est pas celui du repos, et nous le voyons attaché jusqu'en 1952 à l'Observatoire de Harvard College en qualité de « Research Associate ». Au cours de cette brillante carrière scientifique qui s'étend sur plus d'un demi-siècle, il s'est vu décerner les distinctions honorifiques les plus flatteuses par les Académies, les Universités et les Sociétés Savantes du monde entier. Notre Compagnie l'avait élu Correspondant pour sa Section d'Astronomie le 30 janvier 1939. Il avait reçu le prix Lalande en 1922 et la médaille Janssen en 1936.

On ne pouvait approcher H. N. Russell sans être frappé de la variété et de l'étendue de ses connaissances. Ses publications portent la marque d'un esprit curieux de tout, capable de rapprocher les éléments en apparence les plus disparates pour en faire une synthèse originale et féconde. Il possédait l'art subtil de discuter les résultats d'observation, et d'en

déduire les données indispensables à l'édification de la théorie. Si, pendant près d'un demi-siècle, il n'a pas cessé d'améliorer la détermination des éléments des étoiles doubles à éclipses, en vue d'une connaissance plus précise de leurs densités, ce n'était pas pour en dresser un catalogue, mais pour asseoir sur une base solide la théorie de l'évolution stellaire.

Ainsi, sans jamais enfermer son activité dans les limites d'une spécialité, il suivait attentivement le progrès de toutes les branches de l'astronomie. A la fin de sa carrière universitaire il appartenait à neuf des commissions de l'Union Astronomique Internationale, mais toutes les autres eussent pu légitimement se l'attacher.

A ses débuts, H. N. Russell avait fait plus d'une incursion dans le domaine de l'astronomie de position : perturbation d'Eros, orbite d'une comète, détermination photographique des coordonnées de la Lune; et son étude sur l'albedo des planètes et de la Lune est restée longtemps classique. Mais son nom demeurera attaché surtout au diagramme spectre-luminosité des étoiles, à l'étude des étoiles doubles à éclipses, et à la composition chimique du Soleil.

La notion de magnitude absolue avait été introduite en astronomie stellaire par Kapteyn en 1902; trois ans plus tard, E. Hertzsprung montrait que les étoiles rouges se divisaient en deux groupes, les naines et les géantes. En 1910, H. N. Russell, qui vient d'achever la détermination des parallaxes de 52 étoiles du programme de Cambridge, étudie à son tour la distribution des magnitudes absolues en fonction de la classe spectrale. Il constate que les étoiles brillantes à faible mouvement propre sont intrinsèquement très lumineuses, leur magnitude absolue étant de 2,6 pour les classes F 8 à M; tandis que la magnitude absolue des étoiles faibles à mouvement propre rapide varie de 5,2 à 10,0 lorsqu'on passe de la classe F 8 à la classe M. Les premières sont des géantes, les secondes constituant ce qu'on appelle aujourd'hui la série principale. H. N. Russell montre, par l'étude des étoiles doubles, que les masses stellaires sont bien loin d'offrir la même variété que les luminosités, et que, par conséquent, les naines diffèrent des géantes surtout par leur volume et leur densité.

Les faits mis ainsi en évidence lui semblent une illustration de la théorie de Lane, selon laquelle les étoiles naissent à l'état de géantes, sous un volume très grand avec une très faible densité; comme elles se condensent peu à peu sous l'action de la gravité, leur température commence par croître. Pendant cette première phase de leur évolution, leur luminosité totale varie donc peu; mais lorsque la source de l'énergie de gravitation est presque tarie, la température s'abaisse en même temps que le volume, et l'éclat de l'étoile diminue. Ce serait le cas du Soleil et des autres astres de la série principale.

Ce Mémoire fondamental ouvrait aux chercheurs de trop belles perspec-

tives pour ne pas être accueilli par eux avec une faveur marquée : un demi-siècle n'a pas atténué l'intérêt suscité par le diagramme de Hertzsprung-Russell. Mais la théorie de Lane a été rejetée dans l'oubli par les théories nucléaires de l'énergie solaire ou stellaire, et le schéma évolutif proposé par H. N. Russell a cédé la place à d'autres interprétations, dépourvues, il faut bien le dire, de son élégante simplicité, mais certainement plus proches de la réalité. La découverte des étoiles de la Population II a d'ailleurs modifié la position du problème. Il n'en reste pas moins que ce schéma a joué très utilement, pour plusieurs générations de chercheurs, le rôle d'hypothèse de travail, et que les faits sur lesquels il reposait demeurent, même si d'autres faits sont venus s'y ajouter.

Ce premier travail avait orienté l'activité de H. N. Russell vers la détermination des densités et des brillances, que seules les étoiles doubles à éclipses peuvent nous faire connaître. Les méthodes qu'il a imaginées et appliquées pour la première fois, seul ou en collaboration avec Harlow Shapley, sont devenues aussitôt classiques. Dans la suite, pour analyser dans le détail les courbes de lumière très précises que fournit aujourd'hui la photométrie photoélectrique, il a fallu apporter maintes retouches au mode opératoire initial. Avant de quitter l'Université de Princeton H. N. Russell y avait organisé un centre pour l'étude des binaires à éclipses, qui fonctionnait sous sa présidence, et dont les publications constituent une contribution de premier ordre à l'étude de ces étoiles remarquables.

Il avait été l'un des premiers à deviner tout ce que l'astronomie stellaire et solaire pourrait tirer de la théorie quantique des spectres. On lui doit la classification des raies spectrales de nombreux éléments : oxygène, argon, néon, métaux alcalino-terreux, fer et métaux du même groupe, aluminium, scandium, yttrium, etc. En 1929, il exprimait l'espoir de voir un jour la composition chimique du Soleil établie quantitativement par l'étude des contours des raies de son spectre. Mais, sachant que ce serait là une entreprise de longue haleine, il se proposa d'utiliser en première approximation, non les largeurs des raies mais leur intensité dans l'échelle de Rowland qu'il venait d'étalonner. Il trouva que l'hydrogène est de beaucoup l'élément le plus abondant de l'atmosphère solaire; puis vient l'hélium; plus loin le carbone, l'azote et l'oxygène; enfin les métaux à l'état de traces, mais, fait remarquable, dans les mêmes proportions relatives que dans l'écorce terrestre. L'étude de ce qu'on a appelé le mélange de Russell a donc un intérêt certain pour la cosmogonie. Les méthodes élaborées par Unsöld ont fait connaître sa composition avec plus de précision, sans apporter de changements essentiels aux conclusions de H. N. Russell.

Cette trop rapide revue d'une longue et glorieuse carrière serait incomplète si l'on n'y soulignait pas le rôle joué par le professeur et

l'éveilleur de vocations. Des générations d'étudiants ont appris l'astronomie dans le remarquable traité de Russell, Dugan, Stewart, si souvent cité, et qui fait autorité. Il a écrit pour le public des Ouvrages ou des articles de vulgarisation, d'une hauteur de vues rarement égalée.

Depuis quelques années, il avait dû renoncer à participer autrement que par des Communications écrites aux Congrès internationaux que sa forte personnalité animait naguère. Il s'est éteint dans une clinique de Princeton le 18 février 1957, mais son souvenir restera gravé dans la mémoire de tous ceux qui ont eu le privilège de le connaître.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la variation de tension superficielle de l'eau par dissolution d'un électrolyte.* Note de M. **Eugène Darmois.**

Plusieurs auteurs ont déterminé la tension superficielle de l'eau dans laquelle avaient été dissous des acides, bases et sels; les tables de constantes renferment généralement, soit la tension superficielle elle-même, soit sa variation pour une série de concentrations. Par exemple, pour NaCl à 20°C :

M...........	0,025	0,05	0,1	0,25	0,5	1	2	3	4	5	6
$\Delta\gamma$..........	0,055	0,09	0,17	0,42	0,82	1,64	3,28	4,90	6,54	8,17	9,80

Les graphiques de $\Delta\gamma = f(\mathrm{M})$ montrent que, pour des solutions étendues, souvent jusqu'à la concentration 2 M, on a $d\gamma/d\mathrm{M}$ = const.

Nous donnons quelques-unes de ces valeurs dans le tableau suivant :

HCl....................	— 0,30	HNO_3..................	— 0,73
KCl....................	+ 1,39	KNO_3..................	1,03
NaCl....................	1,63	$NaNO_3$..................	1,20
LiCl....................	1,69	$LiNO_3$..................	1,27

Les électrolytes en question sont entièrement dissociés en ions à ces concentrations. Nous avons pensé que ces valeurs de $d\gamma/d\mathrm{M}$ étaient additives en ce qui concerne les ions. Dans ce but, nous avons formé les différences (HCl-HNO_3), etc. Cela donne les résultats ci-dessous :

(HCl) — (HNO_3)...........................	0,43
(KCl) — (KNO_3)...........................	0,36
($NaCl$) — ($NaNO_3$)........................	0,43
($LiCl$) — ($LiNO_3$)........................	0,42

Les erreurs d'expérience dans la détermination de la tension superficielle sont grandes; compte tenu de ces erreurs, les nombres ci-dessus sont égaux; ils représentent (Cl^-)—(NO_3^-). On peut donc supposer que $d\gamma/d\mathrm{M}$ pour un électrolyte donné, est la somme des contributions des deux ions. La valeur absolue de ces contributions sera différente suivant qu'on adoptera telle ou telle valeur

pour Cl^- par exemple. Or, pour ce qui concerne la conductibilité, l'ion Cl^- est très semblable à l'ion K^+. Nous avons donc supposé que les contributions de Cl^- et K^+ sont voisines; cela donne le tableau suivant, auquel nous avons adjoint quelques ions supplémentaires :

H^+.	NO_3^-.	K^+.	NH_4^+.	Cl^-.	Na^+.	Li^+.	Ca^{++}.	Ba^{++}.	Br^-.	I^-.
—1,00	0,28	0,69	0,69	0,70	0,93	1,00	2,18	1,60	0,64	0,15

On voit que les contributions de H^+ et Cl^- sont de signe contraire. Or, si l'on admet la formule de Gibbs, l'enrichissement u par unité de surface serait, pour une solution étendue

$$u = -\frac{d\gamma}{dM}\frac{M}{RT}.$$

Pour H^+, $u > 0$; pour Cl^-, $u < 0$; il y a donc enrichissement en ions H^+ et appauvrissement en ions Cl^-; la surface sera en moyenne chargée $+$; les partisans d'une double couche à la surface du liquide mettraient la face $+$ à l'extérieur. Pour un sel dissous, le cation a un $d\gamma/dM$ supérieur à l'anion; la couche double serait donc inversée.

Jusqu'ici nous avons employé la concentration M dans la formule de Gibbs; en réalité c'est l'activité qui doit y figurer. Or, on ne connaît, pour HCl par exemple, que l'activité moyenne du corps dissous, qui se présente comme la moyenne géométrique des activités de H^+ et Cl^-. Si l'on écrit $a = fM$, f en fonction de M passe par un minimum pour une valeur de M voisine de 0,5. On connaît peu de choses sur les coefficients d'activité individuels des ions; il est probable qu'ils obéissent à une loi analogue, le coefficient f de H^+ étant représenté par une loi de la forme

$$\log_{10} f = -A\sqrt{M} + BM, \qquad \text{avec} \quad a_H = fM.$$

La formule de Gibbs s'écrit pour l'ion H^+ :

$$u = -\frac{1}{RT}\frac{d\gamma}{d(\ln a)};$$

$$d(\ln a) = \frac{df}{f} + \frac{dM}{M}, \qquad \text{d'où} \qquad u = -\frac{1}{RT}\frac{d\gamma}{dM}\frac{M}{1 + \frac{M}{f}\frac{df}{dM}}.$$

Nous admettrons que, pour l'ion H^+, f est minimum et égal à 0,5 pour $M = 0,36$; $\sqrt{M} = 0,6$; cela donne finalement $A = 1$ et $B = 0,833$:

$$\ln f = -2,3\sqrt{M} + 1,916\,M, \qquad \frac{1}{f}\frac{df}{dM} = -\frac{2,3}{2\sqrt{M}} + 1,916.$$

Pour calculer l'erreur commise en employant M au lieu de a, nous prendrons deux valeurs de M de part et d'autre du minimum.

Pour $M = 0{,}01$, $\sqrt{M} = 0{,}1$; $(M/f)(df/dM) \cong -0{,}1$; l'erreur commise en prenant M est de l'ordre de 10 % par défaut.

Pour $M = 1$, $(M/f)(df/dM) = 0{,}77$; l'erreur est 3/7 par excès.

L'application des principes ci-dessus à d'autres ions que ceux indiqués rencontre quelques difficultés ; par exemple pour SO_4^{--}, la dispersion des nombres obtenus est très grande ; il y aurait avantage à reprendre les mesures de tension superficielle avec une méthode plus précise.

En faisant hommage à l'Académie de ses *Leçons sur les Récurrences et leurs applications*, recueillies par MM. Jacques Dufresnoy et Éloi Lefebvre, M. **Paul Montel** s'exprime en ces termes :

Ce livre est le dernier de la Collection de Monographies sur la théorie des fonctions, qu'Émile Borel a créée et qui forme en une cinquantaine de volumes une somme de nos connaissances dans le domaine des fonctions. C'est un monument magnifique élevé à une science, qui a ses racines en France, mais qui s'est épanouie dans le monde entier. Je suis certain de traduire la pensée de tous les auteurs qui ont contribué à l'édifier, et de tous les lecteurs qui en ont tiré profit, en rendant à Émile Borel l'hommage de notre reconnaissante admiration.

Les Ouvrages suivants sont présentés :

par M. **Louis de Broglie** : *Histoire générale des sciences*, publiée sous la direction de René Taton. Tome I. *La science antique et médiéviale* (*des origines à* 1450), par Roger Arnaldez, Jean Beaujeu, Guy Beaujouan, Raymond Bloch, Louis Bourgey, Paul Dupont-Sommer, Jean Filliozat, Raymond Furon, André Haudricourt, Jean Itard, René Labat, Gustave Lefebvre, Louis Massignon, Paul-Henri Michel, Joseph Needham, I. Simon, Guy Stresser-Péan, René Taton, Jean Théodoridès, Jean Vercoutter, Charles Virolleaud. *Préface générale*, par René Taton ;

par M. **Pierre Tardi** : Institut géographique National. *Atlas des formes du relief*.

DÉSIGNATIONS.

Sont désignés pour représenter l'Académie :

M. **Louis de Broglie**, à la cérémonie qui aura lieu à la Sorbonne, le 28 mars 1957, à l'occasion du tricentenaire de la naissance et du bicentenaire de la mort de **Fontenelle** ;

MM. **Léon Binet** et **André Danjon**, à la cérémonie d'inauguration du Palais de l'**Université de Caen**, qui aura lieu le 1er juin ;

M. **Georges Poivilliers**, à la **Conférence Régionale** que l'Union Géographique internationale organise avec le Conseil scientifique du Japon à Tokyo et à Nara, en août et septembre prochains ;

M. **Arnaud Denjoy**, aux cérémonies solennelles qui auront lieu à Amsterdam du 6 au 9 mai 1958, à l'occasion du cent cinquantième anniversaire de la fondation de l'**Académie Royale Néerlandaise des sciences et des lettres**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux ou trois candidats à la Chaire d'Électricité industrielle vacante au Conservatoire National des arts et métiers.

(Renvoi aux Sections de Physique et des Applications de la science à l'industrie).

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Louis Bounoure. *Déterminisme et finalité* ;

2° Ciba Foundation. *Symposium on the chemistry and biology of purines* ;

3° *The constitution of matter*, by Robert Oppenheimer ;

4° *Carte géologique de l'Indochine à l'échelle du* 500 000e. *Notice sur la feuille de Vientiane d'après les travaux de* MM. *Dussault, Jacob, Bourret, Mansuy, Patte, Fromaget, Romieux, Fontaine et Saurin*, par E. Saurin et *Carte ;*

5° Polski Zwiazek entomologiczny. *Klucze do Oznaczania Owadow Polski.* XXVII. *Motyle.* Lepidoptera. 45 *b* : *Omacnicowate.* Pyralididæ, par Stanislaw Bleszynski ;

6° *Preliminary Notes on the Geology of Kilimanjaro*, by W. H. Wilcockson ;

7° G. D. Athanassopoulos. *Sur la structure fine des formations dures de certains animaux (coquille des lamellibranches, chitine des malacostracés). Un cas de périodicité de la montée des civelles ;*

8° National physical laboratory. *Mathematical Tables.* Vol. I.

THÉORIE DES CORPS VALUÉS. — *Prolongement analytique dans les corps valués complets : préservation de l'analycité par les opérations rationnelles.* Note (*) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Dans mes Notes précédentes [1], j'ai introduit la notion d'*éléments analytiques* d'un corps valué algébriquement clos k, qui sont les limites uniformes, sur des sous-ensembles de k (« projectivisé » par l'adjonction d'un « point à l'infini » ∞) d'une certaine forme (dits *quasi connexes*), des suites de fractions rationnelles $\in k(x)$ n'y ayant aucun pôle. J'ai prouvé, pour ces éléments analytiques, un théorème d'unicité [1], ce qui m'a permis de définir la notion de *fonction analytique* dans k, dont la présente Note étudie certaines propriétés.

Je rappelle qu'un $D \subseteq k'$, où $k' = k \cup \{\infty\}$ est le corps k « projectivisé », est dit *ultra-ouvert* en un $a \in D$ autre que ∞ si, pour tout $b \in D$, les $x \notin D$, dont la distance $d(a, x)$ au point a est $\leq d(a, b)$, sont tous répartis sur un nombre fini de circonférences de centre a, et que D est dit un ensemble (ou domaine) *quasi connexe* de k' s'il est ultra-ouvert en tout son point $a \neq \infty$ et contient au moins deux éléments distincts. Il a été démontré [1] que la quasi-connexité est préservée par toute homographie $x = (ay + b) : (cy + d)$ et que l'intersection non vide d'un nombre fini de domaines quasi connexes, ainsi que la réunion d'une famille enchaînée quelconque de tels domaines, en est encore un. Une fonction $f(x)$ à valeurs dans k, définie sur un domaine quasi connexe D de k', est dite un *élément analytique* (de k) *de support* D s'il existe une suite de fractions rationnelles $f_n(x) \in k(x)$ sans pôles dans D [dite une *suite approximante* de $f(x)$ sur D], qui converge uniformément sur D vers $f(x)$. J'ai prouvé [1] le théorème suivant d'unicité : *si deux éléments analytiques* $f(x)$, $g(x)$ *à supports non disjoints* F, G *coïncident sur un ensemble* $\Delta \subseteq F \cap G$ *ayant un point limite dans* $E \cap G$, *ils coïncident sur* $F \cap G$. Le prolongement des éléments analytiques que ce théorème rend possible conduit aux fonctions de x, qui seront appelées *fonctions analytiques*.

Soit $f(x)$ une fraction rationnelle $\in k(x)$, et soient $Z_f(r)$, $P_f(r)$, $z_f(r)$, $p_f(r)$ les nombres des zéros et des pôles de $f(x)$ dont la valuation est $< r$ respectivement $= r$. S'il n'existe aucun zéro ou pôle de $f(x)$ de valuation r, $f(x)$ a une même valeur $M_f(r)$ partout sur la circonférence $|x| = r$. De cette manière, $M_f(r)$ est définie pour tous les $r \geq 0$, sauf un nombre fini de valeurs exceptionnelles (dites *critiques*), et elle est, dans chaque partie connexe de son domaine de définition, une exponentielle d'exposant fixe, égal, pour l'intervalle contenant r, à $Z_f(r) - P_f(r)$. Il se trouve que $M_f(r)$ est uniformément continue sur toute partie bornée de son domaine de définition et peut, ainsi, être prolongée à tout le demi-axe réel positif fermé par continuité. Elle devient alors une fonction continue exponentielle par morceaux de $r \geq 0$, ses points anguleux ayant comme abscisses les valeurs critiques r_c de $f(x)$, l'exposant du

morceau exponentiel changeant de $z_f(r_c) - p_f(r_c)$ quand on passe par r_c. Si $p_f(r) = 0$, $M_f(r)$ est égale au supremum (pris sur l'axe réel) de $|f(x)|$ pour $|x| = r$. Si la distance de $\bar{x}$ à tout pôle ou zéro de $f(x)$ est $\geq |\bar{x}|$, on a $|f(\bar{x})| = M_f(|\bar{x}|)$.

On appelle *diamètre* (semi-réel) d'un $D \subseteq k'$ le supremum, pris sur l'axe semi-réel ([2]), de la distance $d(a, b)$ des $a, b \in D$. Soient $f(x)$ un élément analytique de support D, R le diamètre de D, $f_n(x)$ une suite approximante de $f(x)$ sur D, $M_n(r) = M_{f_n(x)}(r)$. Les faits suivants ont été prouvés dans mes Notes citées ([1]) : la suite des $M_n(r)$ converge uniformément sur l'ensemble des nombres réels de segments $[0, R]$ de l'axe semi-réel ; la limite $M_f(r)$ de cette suite est donc une fonction continue sur l'intervalle correspondant de l'axe réel et, en particulier, est bornée sur tout segment $[0, r]$ de cet axe tel que $r \leq R$; en vertu de la loi d'unicité, on a $M_f(r) > 0$ si $r \neq 0$, et, par suite, si $f(0) \neq 0$, $M_f(r)$ a une borne inférieure > 0 sur tout segment $[0, r]$, $r \leq R$; pour tout $\varepsilon > 0$, il existe un indice $n(\varepsilon)$ tel que, pour tout $r \leq R$ réel non négatif, $M_{n(\varepsilon)}(r) > \varepsilon$ et $M_f(r) > \varepsilon$ s'impliquent mutuellement, auquel cas on a $M_n(r) = M_f(r)$ pour tout $n \geq n(\varepsilon)$.

LEMME 1. — *Soit* D *un domaine quasi-connexe. Alors, on peut le représenter comme la réunion d'une famille enchaînée* Φ_D *de domaines quasi-connexes telle que la valuation* $|f(x)|$ *de tout élément analytique* $f(x)$ *de support* D *soit bornée supérieurement sur tout* $E \in \Phi_D$.

Démonstration. — Soient (a, ρ) le cercle de centre a et de rayon (semi-réel) ρ dans k et $S(a, r)$ la circonférence de centre a et de rayon r dans k. Si a et b sont deux points de D, considérons l'ensemble (fini en vertu de la quasi-connexité de D) des circonférences de centre a et de rayon $r \leq d(a, b)$ non disjointes avec le complémentaire de D. Soit $D^*_{a,b}$ l'ensemble obtenu en enlevant toutes ces circonférences du cercle $C(a, d(a, b))$, et soit $D_{a,b} = D^*_{a,b} \cup D^*_{b,a}$. Soit Φ_D la famille de tous les $D_{a,b}$ où a et b parcourent indépendamment D. Il est manifeste que Φ_D est enchaînée (car, pour tous $a, a', b, b' \in D$, on a $D_{a,b} \cap D_{a',b} \supset \{b\} \neq \emptyset$ et $D_{a',b} \cap D_{a',b'} \supset \{a'\} \neq \emptyset$) et que sa réunion est D. Il est visible, également, que $D^*_{a,b}$ et $D^*_{b,a}$ sont quasi connexes. Si $S(a, d(a, b))$ ou $S(b, d(a, b))$ est $\subseteq D$, on a respectivement $D_{a,b} = D^*_{a,b}$ et $D_{a,b} = D^*_{b,a}$ et $D_{a,b}$ est quasi connexe. Si $S(a, d(a, b)) \nsubseteq D$ et $S(b, d(a, b)) \nsubseteq D$, $D^*_{b,a}$ s'obtient en enlevant de $C(a, d(a, b)^-)$ un nombre fini de circonférences, et $D^*_{a,b}$ s'obtient d'une manière semblable à partir de $C(b, d(a, b)^-)$. Ainsi $D_{a,b}$ s'obtient en enlevant un nombre fini de circonférences de $C(a, d(a, b)^-) \cup C(b, d(a, b)^-)$, et il suffit de prouver la quasi-connexité de ce dernier ensemble. Or, son diamètre est $d(a, b)$ et la distance de tout son point aux points de son complémentaire est $\geq d(a, b)$. Ainsi, $D_{a,b}$ est toujours quasi connexe.

Si $f(x)$ est un élément analytique de support D, il suffit de montrer que $|f(x)|$ est bornée supérieurement sur tout $D^*_{a,b}$, pour prouver qu'elle l'est sur tout $D_{a,b}$. Soit $f_n(x)$ une suite approximante de $f(x)$ sur D. Comme

toute $S(a, r)$ non disjointe avec $D^*_{a,b}$ est $\subset D^*_{a,b} \subseteq D$, elle ne contient aucun pôle d'aucune $f_n(x)$, et l'on a, pour tout $\overline{x} \in S(a, r)$, $|f_n(\overline{x})| \leqq M_{f_n(x+a)}(r)$, d'où résulte, pour tout $x \in D^*_{a,b}$,

$$|f(\overline{x})| = |\lim f_n(\overline{x})| = \lim |f_n(\overline{x})| \leqq \lim M_{f_n(x+a)}(|\overline{x}|) = M_{f(x+a)}(|\overline{x}|).$$

Or, puisque $d(a, b) \leqq R$, $M_{f(x+a)}(r)$ est bornée sur le segment $[0, d(a, b)]$ et, par suite, $|f(x)|$ l'est sur $D^*_{a,b}$.

Lemme 2. — *Si $f(x)$ est un élément analytique de support D, et si $\tilde{D}_f$ est l'ensemble des points de D, où $f(x) \neq 0$, $\tilde{D}_f$ peut se représenter comme la réunion d'une famille enchaînée d'ensembles quasi connexes et tels que $f(x)$ ait une borne inférieure positive sur tout ensemble de la famille.*

Démonstration. — Soient $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_i, \ldots$ une suite strictement décroissante et tendant vers zéro de nombres réels positifs, et $r_1, r_2, \ldots, r_j, \ldots$ une suite croissante (au sens large) de tels nombres tendant vers R. Si $a \in \tilde{D}_f$, donc $a \in D$ et $f(a) \neq 0$, la fonction $M_{f(x+a)}(r)$ a une borne inférieure > 0 sur tout $[0, r_j]$, et soit $\beta_{a,j} > 0$ son infimum sur ce segment.

Soit $D_{i,j}$ l'ensemble des $a \in \tilde{D}_f$ tels que $\beta_{a,j} > \varepsilon_i$. En particulier, on a, pour tout $a \in D_{i,j}$, $|f(a)| = M_{f(x+a)}(0) > \varepsilon_i$ et $|f(x)|$ a une borne inférieure > 0 sur $D_{i,j}$. Soient $a \in D_{i,j}$ et $b \notin D_{i,j}$ tel que $d(a,b) \leqq r_j$. Si $S(a, d(a, b)) \not\subset D$, elle se trouve parmi un nombre fini de circonférences de centre a non disjointes avec le complémentaire de D. Si $S(a, d(a, b)) \subset D$, on a $b \in D$, et il existe un $r \leqq r_j$ tel que $M_{f(x+b)}(r) \leqq \varepsilon_i$. Il est impossible que $r \geqq d(a, b)$, car, pour $r > d(a, b)$, on a $S(b, r) = S(a, r)$, d'où, si $f_n(x)$ est une suite approximante de $f(x)$ sur D, il résulte, pour tout n, $M_{f_n(x+b)}(r) = M_{f_n(x+a)}(r)$ et, passant à la limite, $M_{f(x+b)}(r) = M_{f(x+a)}(r) > \varepsilon_i$. Cette inégalité a, ainsi, lieu, sur un sous-ensemble dense du segment $[d(a, b), r]$, donc sur tout ce segment. Ainsi on a $S(b, r) \subset S(a, d(a, b))$. $M_{f(x+a)}(d(a, b)) > \varepsilon_i$ entraîne, pour tout $n \geqq n(\varepsilon_i)$, $M_{f_n(x+a)}(d(a, b)) > \varepsilon_i$, et $M_{f(x+b)}(r) \leqq \varepsilon_i$ entraîne $M_{f_n(x+b)}(r) \leqq \varepsilon_i$. On a, pour tout

$$x \in S(b, r), \ |f_{n(\varepsilon)}(\overline{x})| \leqq M_{f_{n(\varepsilon)}(x+b)}(r) \leqq \varepsilon_i < M_{f_{n(\varepsilon)}(x+a)}(|\overline{x} - a|),$$

et, comme $S(a, d(a, b))$ ne contient aucun pôle de $f_{n(\varepsilon)}(x)$, elle doit en contenir des zéros. Ainsi, le nombre de ces zéros étant fini, $d(a, b)$ ne peut prendre qu'un nombre fini de valeurs, et $D_{i,j}$ est quasi connexe. Tout $a \in \tilde{D}_f$ appartient à tout $D_{i,j}$ tel que $\beta_{a,j} > \varepsilon_i$, ce qui montre que $D_f = \bigcup \tilde{D}_{i,j}$, et $a, b \in \tilde{D}_f$ appartiennent, en même temps, à tout $D_{i,j}$ tel que $\mathrm{Min}(\beta_{a,j}, \beta_{b,j}) > \varepsilon_i$, ce qui prouve que la famille des $D_{i,j}$ est enchaînée.

Les lemmes qu'on vient de démontrer permettent de démontrer que l'analyticité est prouvée par les opérations rationnelles.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 2385; 235, 1955, p. 468 et 745.

(2) *Comptes rendus*, 219, 1944, p. 345.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions arithmétiques fortement additives.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Compléments à des résultats établis antérieurement par Erdös et Kać, Halberstam et l'auteur, sur les fonctions arithmétiques fortement additives.

Les fonctions arithmétiques que nous considérons ici sont supposées à valeurs réelles. La fonction $f(n)$ est dite *fortement additive* si

1° On a $f(n_1 n_2) = f(n_1) + f(n_2)$ toutes les fois que $(n_1, n_2) = 1$:

2° On a, quels que soient p premier et k entier > 1, $f(p^k) = f(p)$.

Nous poserons

$$A(f, x) = \sum_{p \leq x} \frac{f(p)}{p} \quad \text{et} \quad B(f, x) = \left\{ \sum_{p \leq x} \frac{f(p)^2}{p} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (^1)$$

et nous désignerons par n_0 le plus petit entier n tel que $B(f, n) > 0$.

Erdös et Kać ont établi le théorème suivant (²) :

Soit f une fonction arithmétique fortement additive telle que

$$(1) \qquad \lim_{x \to +\infty} B(f, x) = +\infty \quad \textit{et} \quad f(p) = O[1] \quad \textit{quand } p \textit{ tend vers } +\infty.$$

Soit $N(f, x, t)$ le nombre des entiers positifs $n \leq x$ tels que

$$(2) \qquad f(n) \leq A(f, x) + t B(f, x).$$

Alors on a, pour tout t réel,

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} N(f, x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} e^{-\frac{u^2}{2}} du = G(t).$$

On voit aisément que le résultat subsiste si l'on remplace (2) par

$$(2') \qquad f(n) \leq A(f, n) + t B(f, n).$$

Le théorème d'Erdös et Kać est une conséquence immédiate du suivant :

f étant une fonction arithmétique fortement additive satisfaisant à l'hypothèse (1), pour tout entier $q \geq 0$, on a, quand x tend vers $+\infty$,

$$(3) \qquad \sum_{n \leq x} [f(n) - A(f, x)]^q = \mu_q x B(f, x)^q + o[x B(f, x)^q],$$

où

$$\mu_q = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} u^q e^{-\frac{u^2}{2}} du.$$

Ce théorème, établi pour la première fois par l'auteur (³) dans le cas particulier où $f(n)$ est le nombre des diviseurs premiers de n, a été démontré dans

le cas général par Halberstam [4]. L'auteur a ensuite donné pour le cas général une démonstration plus simple que celle d'Halberstam et montré en même temps que le résultat subsiste si l'on remplace l'hypothèse (1) par la suivante, évidemment plus générale et que nous désignerons dans la suite par hypothèse (H) [5] :

$$\lim_{x \to +\infty} B(f, x) = +\infty \quad \textit{et} \quad f(p) = o[B(f, p)] \quad \textit{quand } p \textit{ tend vers } +\infty.$$

Il a montré également qu'avec cette hypothèse on a, pour tout q entier $\geqq 0$,

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \sum_{n_0 \leqq n \leqq x} \frac{[f(n) - A(f, n)]^q}{B(f, n)^q} = \mu_q. \tag{4}$$

Soit maintenant E un ensemble d'entiers positifs possédant une densité positive D(E).

Théorème. — *f étant une fonction arithmétique fortement additive satisfaisant à l'hypothèse* (H), *pour tout q entier $\geqq 0$, on a, quand x tend vers $+\infty$,*

$$\sum_{\substack{n \leqq x \\ n \in E}} [f(n) - A(f, x)]^q = D(E)\mu_q x B(f, x)^q + o[x B(f, x)^q] \tag{3'}$$

et

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} \sum_{\substack{n_0 \leqq n \leqq x \\ n \in E}} \frac{[f(n) - A(f, n)]^q}{B(f, n)^q} = D(E)\mu_q, \tag{4'}$$

lorsque E *est l'un des ensembles suivants :*

E_1 : *ensemble des entiers positifs satisfaisant à $n \equiv l \pmod{k}$;*

E_2 : *ensemble des entiers positifs qui ne sont divisibles par aucun des entiers d'un ensemble donné* A *et satisfont à $n \equiv l \pmod{k}$, les entiers de* A *étant premiers entre eux deux à deux, la série $\sum_{a \in A} 1/a^\sigma$ étant convergente pour un σ réel < 1, et (k, l) n'étant divisible par aucun nombre de* A;

E_3 : *ensemble des entiers positifs satisfaisant à*

$$n \equiv l \pmod{k} \quad \textit{et} \quad \omega(n) \equiv r \pmod{q},$$

où $\omega(n)$ est le nombre des diviseurs premiers de n;

E_4 : *ensemble des entiers positifs satisfaisant à*

$$n \equiv l \pmod{k} \quad \textit{et} \quad \Omega(n) \equiv r \pmod{q},$$

où $\Omega(n)$ est le nombre total des facteurs dans la décomposition de n en facteurs premiers;

E_5 : *ensemble des entiers positifs «quadratfrei» et satisfaisant à*

$$n \equiv l \pmod{k} \quad \textit{et} \quad \omega(n) \equiv r \pmod{q} \quad [\textit{avec } (k, l) \textit{ « quadratfrei »}].$$

Pour E_1 et E_2 les démonstrations sont élémentaires. Pour E_3, E_4 et E_5 on doit utiliser, relativement à la distribution des nombres de ces ensembles qui sont divisibles par des nombres premiers donnés, des résultats dont la démonstration fait appel aux propriétés de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann et des fonctions L de Dirichlet dans la bande critique.

Comme conséquences, *lorsque* E *est l'un des ensembles indiqués, on a, pour tout* t *réel*,

$$\lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} N_E(f, x, t) = D(E)\, G(t),$$

où $N_E(f, x, t)$ *est le nombre des entiers positifs* $n \leqq x$, *satisfaisant à* (2) *et appartenant à* E, *et l'ensemble des nombres de* E *qui satisfont à* (2′) *possède une densité égale à* $D(E)\, G(t)$.

On a évidemment $D(E_1) = 1/k$ et il est connu (6) que

$$D(E_3) = D(E_4) = \frac{1}{kq} \qquad \text{et} \qquad D(E_5) = \frac{6}{\pi^2} \frac{1}{k} \prod_{p/k} \frac{1}{1 + \frac{1}{p}} \prod_{p/k'} \frac{1}{1 - \frac{1}{p}}, \qquad \text{où } k' = \frac{k}{(k, l)}.$$

D'autre part, on a

$$D(E_2) = \frac{1}{k} \prod_{\substack{a \in A \\ (a,k)/\delta}} \left[1 - \frac{(a, \delta)}{a}\right], \qquad \text{où} \quad \delta = (k, l).$$

(1) Tout le long de cette Note nous utilisons la lettre p comme symbole générique d'un nombre premier.

(2) *Amer. J. of Math.*, 62, 1940, p. 738-742.

(3) *Comptes rendus*, **237**, 1953, p. 542.

(4) *J. London Math. Soc.*, 30, 1955, p. 43-53.

(5) *Bull. Acad. Roy. Belgique* (Classe des Sciences), 1956, p. 130-144.

(6) H. Delange, *Ann. scient. Ec. Norm. Sup.*, (3), 73, 1956, p. 15-74, *voir* p. 43, 44, 55 et 56.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Noyaux de Green-de Rham sur les surfaces de Riemann.* Note de MM. **Werner Sörensen** et **Roger Bader**, présentée par M. Paul Montel.

Expression explicite, à partir des différentielles abéliennes, des noyaux de Green-de Rham pour une surface de Riemann compacte et pour un domaine relativement compact, à frontière régulière, d'une surface non compacte.

1. Sur une surface de Riemann compacte S de genre non nul, une différentielle abélienne de première espèce, dz, définit globalement une métrique, $ds^2 = dz.\overline{dz}$, singulière aux zéros de dz. La surface S diminuée de ces zéros peut donc être considérée comme un espace de Riemann S^* non compact.

Toute forme différentielle sur S^* peut être définie par ses composantes relatives à dz, $\overline{dz}$ ou dx, dy.

Le noyau $f(p, q)$ de F, reproduisant des champs harmoniques de carré sommable [1] sur S^*, c'est-à-dire des différentielles harmoniques sur S, s'exprime de façon connue par la somme finie des produits des champs d'une base orthonormée, en p et q.

A partir de l'opérateur Γ de noyau métrique $\gamma(p, q, q_0)$, défini à l'aide de la fonction de Green $\mathfrak{g}(p, q, q_0)$ par

$$\gamma(p, q, q_0) = \mathfrak{g}(p, q, q_0)(1 + dx_p . dx_q + dy_p . dy_q + dx_p \wedge dy_p . dx_q \wedge dy_q),$$

on explicite l'opérateur G, défini par $\Delta G = 1 - F$, $FG = 0$, en posant

$$G = (1 - F)\Gamma(1 - F). \tag{1}$$

D'abord applicable aux différentielles C^∞ à support compact sur S^*, il l'est aussi à tous les courants continus en moyenne à l'infini sur S^*, puis au Δ de toutes les différentielles harmoniques à singularités polaires sur S, considérées comme courants [2] sur S, et enfin à tous les courants sur S. Il permet en particulier d'expliciter la solution du problème de Cousin sur S.

2. En vue de résoudre le même problème de Cousin sur une surface de Riemann non compacte et à l'intérieur de la classe de différentielles harmoniques à singularités polaires limites uniformes pour toute exhaustion de leurs composantes strictes [3], on est amené à expliciter le noyau n de l'opérateur [4] N, analogue à G pour le cas d'un domaine relativement compact D, défini par $\Delta N = 1 - F$, $FN = 0$ (F est maintenant relatif à D) et tel que la composante tangentielle de δn et la composante normale de dn sur la frontière D′ de D soient nulles. Il suffit alors de prolonger sur le double de D, $\hat{D}$, les noyaux e et f de Kodaïra définis sur D, le premier par antisymétrie en e_a, le second par symétrie en f_s, et d'appliquer l'opérateur $\hat{\Gamma}$ relatif à D, à la somme $e_a + f_s$. Ainsi on trouve :

$$N = (1 - F)\hat{\Gamma}(\mathcal{E}_a + \mathcal{F}_s). \tag{2}$$

Les noyaux de Kodaïra qui sont à la base des opérateurs $\mathcal{E}_a$ et $\mathcal{F}_s$ de noyaux e_a et f_s, s'obtiennent à partir de $e = d\varepsilon$, $f = \delta\varphi$, ε et φ solutions des problèmes classiques :

$$\Delta\varepsilon = i, \qquad \underset{D'}{\text{comp. tang.}}\ \varepsilon = 0, \qquad \Delta\varphi = i, \qquad \underset{D'}{\text{comp. norm.}}\ \varphi = 0,$$

i noyau de 1. Soit $\alpha(p, q)$ la fonction harmonique en p sur $\hat{D}$ sauf au point q où elle est singulière comme $(1/2\pi)\,\mathcal{R}(1/z)$ et au point symétrique de q où elle a une singularité de signe opposé; soit $\beta(p, q)$ la fonction harmonique en p sur $\hat{D}$ sauf au point q où elle est singulière comme $(1/2\pi)\,\mathcal{Y}(1/z)$ et au point symétrique de q où elle a une singularité de signe opposé. On a :

$$\varepsilon(p, q) = \alpha(p, q)\,dx_q + \beta(p, q)\,dy_q,$$
$$\varphi(p, q) = (\beta(p, q)\,dx_q - \alpha(p, q)\,dy_q)\,dx_p \wedge dy_p.$$

De façon analogue à ce qui est fait pour G, on montre que N est défini pour tous les courants sur D, savoir les fonctionnelles linéaires continues sur l'espace des formes différentielles C^∞ à support compact sur D.

N permet ainsi d'obtenir la différentielle de Schottky-Ahlfors de D qui est associée canoniquement à un système de singularités sur D par la condition d'orthogonalité à toutes les différentielles harmoniques de carré sommable sur D.

On remarquera la grande analogie entre (1) et (2) en se souvenant que $1 - F = \mathcal{E} + \mathcal{F}$, $\mathcal{E}$ et $\mathcal{F}$ étant les opérateurs correspondant à e et à f.

(1) G. DE RHAM, *Variétés différentiables*, Hermann, Paris, 1955.

(2) L. SCHWARTZ, *Colloque de Géométrie différentielle*, Strasbourg, 1953, p. 185-195.

(3) L. MYRBERG, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1194; R. BADER, *Ann. Ec. Norm. Sup.*, (3), 71, fasc. 3, 1954, p. 243-300.

(4) D. C. SPENCER, *Ann. Math. Studies*, n° 30, Princeton, 1953, p. 203-227.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Propriétés analytiques de la fonction $\mathcal{F}(z)$ attachée à un réseau cristallin à une dimension.* Note (*) de M. **Jean Peretti**, transmise par M. Louis Néel.

On sait (1) que la densité spectrale des vibrations d'un tel réseau est liée simplement (2) à la fonction

$$\mathcal{F}(z) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\frac{\partial}{\partial z}P(z, \cos\theta)}{P(z, \cos\theta)}\,d\theta, \qquad \operatorname{Im} z > 0. \tag{1}$$

On démontre que $\mathcal{F}(z)$ est prolongeable analytiquement dans tout le plan (z); que le prolongement $\mathcal{F}_0(z)$ est une fonction algébrique de z ayant 2^p déterminations, p étant le nombre des points critiques de P, définis en (3), qui sont les points de ramification d'ordre deux de $\mathcal{F}_0$; que $\mathcal{F}_0(z)$ n'admet d'autres singularités que ces points critiques, qui sont des pôles simples.

1. On suppose que, θ variant entre 0 et 2π, les racines de P varient entre 0 et 1. Soient $Q(z, \zeta)$ et $\mathcal{R}(z, \zeta)$ le polynome et la fraction rationnelle définis par :

$$Q(z, \zeta) = \zeta^\alpha P\left| z, \frac{1}{2}(\zeta + \zeta^{-1}) \right| \tag{2}$$

et

$$\mathcal{R}(z, \zeta) = \frac{\frac{\partial}{\partial z}Q(z, \zeta)}{\frac{\partial}{\partial \zeta}Q(z, \zeta)}, \tag{3}$$

où α est le degré de P en $\cos\theta$.

L'équation en ζ,

$$Q(z, \zeta) = 0$$

admet 2α racines ζ_k, $(k = 1, 2, \ldots, 2\alpha)$ qui dépendent continûment et

analytiquement de l'argument complexe z, sauf aux points critiques (z, ζ) de Q, définis par

$$(4) \qquad Q(z, \zeta) = 0, \qquad \frac{\partial Q}{\partial \zeta}(z, \zeta) = 0.$$

Les 2α racines de Q, inverses deux à deux, constituent en général deux classes : la classe des α racines intérieures au cercle unité (C) du plan (ζ) et la classe des α racines extérieures, associées deux par deux par inversion complexe par rapport à (C). Pour qu'une racine ζ_k soit de module 1, de la forme $e^{i\theta}$, il est nécessaire et suffisant que l'équation

$$P(z, \cos\theta) = 0$$

admette une solution en θ, c'est-à-dire que z soit réel et intérieur au segment $[0, 1]$. Les points critiques (z, ζ) de Q seront dits de première espèce si $|\zeta| = 1$ et de seconde espèce dans le cas contraire. Les relations (4) sont équivalentes à

$$u = \frac{1}{2}(\zeta + \zeta^{-1}), \qquad P(z, u) = 0, \qquad (\zeta - \zeta^{-1})\frac{\partial P}{\partial u} = 0.$$

Les points critiques de première espèce $(z, e^{i\theta})$ satisfont à

$$(5) \qquad (e_k) \quad P(z, \cos\theta) = 0, \qquad \frac{\partial P}{\partial \theta}(z, \cos\theta) = 0.$$

Ce sont les points critiques de P définis en ([3]), correspondant à des valeurs réelles $e_k (k = 1, 2 \ldots p \leqq \alpha)$, de z.

2. Soient $\zeta_1, \ldots, \zeta_\alpha$ les racines intérieures de Q pour une certaine valeur initiale de z; et $\zeta_{\alpha+k} = \zeta_k^{-1}$ les racines extérieures associées. La fonction

$$(6) \qquad \mathcal{F}_0(z) = \mathcal{R}(z, \zeta_1) + \mathcal{R}(z, \zeta_2) + \ldots \mathcal{R}(z, \zeta_\alpha)$$

est holomorphe en z, sauf, peut-être, aux points critiques. z décrivant, à partir de la valeur initiale, un lacet fermé n'entourant aucun point critique, les ζ_k décrivent des contours fermés et reprennent leur valeur initiale; chaque terme de (6) reprend sa valeur initiale, ainsi que $\mathcal{F}_0(z)$. z décrivant un lacet fermé autour d'un point critique de seconde espèce, un certain nombre de ζ_k permutent, les autres reprenant leur valeur initiale; cette permutation laisse séparément invariantes les deux classes; elle correspond à une permutation des termes de (6) et laisse $\mathcal{F}_0(z)$ invariant. Quand z décrit un lacet autour d'un point critique de première espèce, certaines racines intérieures permutent avec leur associée extérieure et $\mathcal{F}_0(z)$ prend une valeur différente de la valeur initiale. $\mathcal{F}_0(z)$ est donc multiforme et admet les e_k comme seuls points de ramification.

En général, les ζ définis par (4) sont seulement racines doubles de Q (excepté la valeur $\zeta = \pm 1$, $z = 0$); quand z décrit deux fois le même lacet autour d'un point critique, les ζ_k reprennent leur valeur initiale; les points de

ramification $e_k \neq 0$ sont d'ordre deux et $\mathcal{F}_0$ y est uniforme en $(z-e_k)^{1/2}$. D'après (3) les points critiques sont des pôles simples de $\mathcal{R}(z, \zeta)$. Si ζ_i et ζ_j sont les racines qui permutent autour du point critique de seconde espèce (z_0, ζ_0), on a

$$\lim_{z \succ z_0} (\zeta_i - \zeta_0) + (\zeta_j - \zeta_0) = 0, \qquad \text{d'où} \qquad \lim_{z \succ z_i} \mathcal{R}(z, \zeta_i) + \mathcal{R}(z, \zeta_j) = 0,$$

$\mathcal{F}_0$ est donc holomorphe aux points critiques de deuxième espèce. Les seuls points singuliers de $\mathcal{F}_0$ sont les e_k, qui sont des pôles simples. Il en résulte qu'au voisinage de e_k, $\mathcal{F}_0$ admet le développement de Laurent :

$$\mathcal{F}_0(z) = \frac{M_{-1}}{(z-e_k)^{\frac{1}{2}}} + \sum_{k=0}^{\infty} M_k (z-e_k)^{\frac{k}{2}}.$$

D'après un théorème classique ([4]), $\mathcal{F}_0$ est une *fonction algébrique* de z, ayant 2^p déterminations, où p est le nombre de points critiques de première espèce e_k.

3. La fonction $\mathcal{F}(z)$ définie par (1) s'écrit

$$(8) \qquad \mathcal{F}(z) = \frac{1}{2i\pi} \oint_c \frac{\frac{\partial}{\partial z} P\left[z, \frac{1}{2}(\zeta + \zeta^{-1})\right]}{P\left[z, \frac{1}{2}(\zeta + \zeta^{-1})\right]} d\zeta = \frac{1}{2i\pi} \oint_c \frac{\frac{\partial}{\partial z} Q(z, \zeta)}{Q(z, \zeta)} d\zeta \qquad \operatorname{Im} z > 0.$$

Si l'on choisit la valeur initiale du paragraphe 2 telle que $\operatorname{Im} z > 0$, le théorème des résidus montre que

$$(9) \qquad \mathcal{F}(z) = \mathcal{F}_0(z), \qquad \operatorname{Im} z > 0,$$

$\mathcal{F}_0(z)$ assure le prolongement analytique, dans tout le plan, de $\mathcal{F}(z)$ qui possède alors les propriétés analytiques énoncées au paragraphe 2.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) J. PERETTI, *Comptes rendus*, **241**, 1955, p. 461.

(2) *loc. cit.*, équat. (5).

(3) *loc. cit.*, équat. (6).

(4) H. MILLOUX et CH. PISOT, *Principes et Méthodes générales*, 1, fasc. II, 1956, p. 76.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur quelques problèmes de la théorie des liaisons stochastiques*. Note de M. **PAUL LÉVY**, présentée par M. Maurice Fréchet.

Les nos 2 et 3 contiennent des démonstrations simples de théorèmes connus se rattachant aux idées de Spearman. Le no 1, qui rappelle des énoncés classiques et contient quelques résultats nouveaux, a aussi pour objet de rattacher à des théories connues depuis longtemps le théorème de M. Girault considéré au no 2. Le no 4 précise quelques points de travaux antérieurs de l'auteur.

1. On sait qu'un espace à n ou ω dimensions n'est pas plus puissant que le continu. Par suite n ou ω variables aléatoires X_ν, indépendantes ou non,

peuvent toujours être considérées comme des fonctions certaines d'une variable aléatoire unique U, qu'on peut supposer uniformément répartie dans (0, 1) [1]. Dans la terminologie de Spearman et G. Darmois, elles peuvent toujours être factorialisées *à l'aide d'un seul facteur général, sans aucun facteur spécifique*, et n'importe quelle variable aléatoire U, dépendant d'une loi continue, peut être utilisée dans ce but.

Problème. — *Une variable* U, *à loi partiellement ou totalement discontinue, peut-elle être utilisée pour la factorialisation de certains systèmes de n variables aléatoires indépendantes* X_ν ?

Si la loi de U est partiellement discontinue, la réponse est toujours affirmative. Mais les lois des X_ν ne sont plus quelconques; il faut notamment qu'elles soient toutes discontinues.

Si la loi de U est totalement discontinue, le problème n'est pas toujours possible. Il faut, pour qu'il le soit, que le nombre N des valeurs possibles de U soit $\geqq 2^n \geqq 4$. Si $n = 2$ et $N = 4$, il faut et il suffit qu'en rangeant ces valeurs dans un ordre convenable leurs probabilités α_h vérifient la relation $\alpha_1\alpha_4 = \alpha_2\alpha_3$; si $N = 5$, que cette condition puisse être réalisée par le groupement de deux des valeurs. Quand N croît, le problème se complique, mais est résoluble par un nombre fini d'opérations tant que N est fini.

Exemples divers. — 1° Uniformément réparti dans (0, 1). Ses décimales sont indépendantes, et, par des groupements de ces décimales, on peut obtenir *n* ou ω variables X_ν, uniformément réparties dans (0, 1) et indépendantes;

2° Les X_ν entiers, avec des lois quelconques. Si U est une somme finie $\Sigma a_\nu X_\nu$, les a_ν étant arithmétiquement indépendants, les X_ν sont des fonctions certaines de U_ν.

2. Le problème de la factorialisation d'un système de variables X_ν par les formules $X_\nu = f_\nu(U, U_\nu)$, où U et les U_ν sont indépendants, est *a fortiori* toujours possible. Mais il pourrait cesser de l'être si l'on se restreint aux fonctions f_ν continues. L'intérêt d'une Note de M. Girault [2] est que, dans l'exemple qu'il donne, $f_1(u, u_1)$ et $f_2(u, u_2)$ sont continus.

Voici un exemple plus simple : $U, U_1, \ldots, U_n = \pm 1$, et, sauf peut-être pour U et un des U_ν, les deux valeurs possibles sont également probables. Alors tous les $X_\nu = UU_\nu$ sont indépendants. Plus généralement, supposons U_1 uniformément réparti, soit entre les *p* racines $p^{\text{ièmes}}$ de l'unité, soit sur la circonférence $|u| = 1$. Si U n'a pas d'autres valeurs possibles que celles de U_1, $X = UU_1$ est indépendant de U, donc aussi de $Y = g(U, U_2)$, quelles que soient la loi de U_2 et la fonction *g*.

3. On sait que [3] : *si deux variables aléatoires* X *et* Y, *sans être ni indépendantes ni liées par une relation presque sûre, sont liées par deux relations de la forme*

$$Y = aX + U, \qquad X = bY + V, \tag{1}$$

où U *et* V *sont respectivement indépendants de* X *et* Y, *elles forment un système laplacien.*

Voici une démonstration simple : il résulte des hypothèses que $0 < |ab| < 1$ (car les fonctions de dispersion de Y et X sont au moins égales et non identiques à celles de aX et bY), et que les fonctions caractéristiques de X, Y, U, V et celles du système X, Y vérifient les équations

$$\varphi(u, v) = \varphi_1(u + av)\,\varphi_3(v) = \varphi_2(v + bu)\,\varphi_4(u). \tag{2}$$

Soit E le plus grand ouvert du plan des uv qui soit d'un seul tenant, contienne l'origine, et où $\varphi(u, v)$ ne s'annule pas. On peut le définir par l'un ou l'autre des systèmes

$$|u| < u_0, \quad |v + bu| < v_1 \quad \text{ou} \quad |v| < v_0, \quad |u + av| < u_1, \tag{3}$$

où u_0, u_1, v_0, v_1, sont finis ou infinis. Or, s'il avait une frontière F à distance finie, chaque segment de droite de F serait parallèle à la fois à $u = 0$ ou $v + bu = 0$, et à $v = 0$ ou $u + av = 0$, ce qui est impossible. Donc E recouvre tout le plan [4].

On peut donc introduire les fonctions $\psi = \log \varphi$, $\psi_h = \log \varphi_h$, et écrire

$$\psi(u, v) = \psi_1(u + av) + \psi_3(v) = \psi_2(v + bu) + \psi_4(u), \tag{4}$$

et par suite, la théorie des distributions permettant dans tous les cas d'introduire les distributions dérivées de ces fonctions continues,

$$\frac{\partial^2 \psi(u, v)}{\partial u\, \partial v} = a\psi_1''(u + av) = b\psi_2''(v + bu). \tag{5}$$

Comme $ab \neq 0$ et que $u + av$ et $v + bu$ sont indépendants, ψ_1'' et ψ_2'' sont constants. Donc ψ_1 et ψ_2 sont des polynomes du second degré, ainsi que $\psi_3(v) = \psi_2(v) - \psi_1(av)$, et $\psi(u, v)$, C. Q. F. D.

4. Je voudrais maintenant préciser quelques points de travaux antérieurs :

1° Dans une Note sur une équation intégrale non linéaire [5], j'avais indiqué un cas où il n'y avait *pas d'autre solution* que la solution $F(t, u)$ d'abord obtenue. Il faut lire : *pas d'autre solution que* $F(t, u)$ *et* $-F(t, u)$ *qui soit continue et admette par rapport à* u *une dérivée continue.* Il résulte de mes travaux plus récents [6] qu'il y a toujours une extraordinaire variété de solutions discontinues.

2° Dans ma communication au Symposium de Berkeley (1955), j'avais écrit au n° 4.7 que l'existence d'une relation $\Sigma a_\nu y_\nu = 0$, à coefficients constants non tous nuls, entre $n + 1$ fonctions $y_\nu(x)$, dérivables ou non, était toujours, grâce à la théorie des distributions, liée à l'existence d'une équation différentielle

$$\mathcal{E}[y] \equiv A_0(x)\frac{d^n y}{dx^n} + A_1(x)\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \ldots + A_n(x)\,y = 0$$

vérifiée par ces $n + 1$ fonctions. Cela semble inexact. Mais le théorème 4.7

subsiste en remplaçant $\mathcal{E}[y]$ par

$$\mathcal{E}\left[\int_0^x \frac{(x-u)^{n-1}}{(n-1)!} y(u)\,du\right] = \mathrm{A}_0(x)\,y(x) + \int_a^x \sum_1^n \mathrm{A}_\nu(x)\,\frac{(x-u)^{\nu-1}}{(\nu-1)!} y(u)\,du.$$

Au n° 4.8, la définition des fonctions markoviennes d'ordre $p+1$ suppose des conditions de continuité qui n'ont pas été précisées. Mais dans le cas laplacien, où il ne s'agit que de liaisons stochastiques linéaires, et qui est seul considéré dans ce travail, la difficulté disparaît et le théorème 4.8 est bien exact.

(1) *Cf.* P. Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, n° 39.

(2) *Comptes rendus*, 227, 1948, p. 499.

(3) *Voir* G. Darmois, *Revue de l'Institut international de Statistique*, 1953, fasc. 1-2, p. 2-8.

(4) On peut aussi le montrer en observant que la somme qui va être obtenue pour $\log\varphi$, en tout cas valable dans E, exclut l'hypothèse que φ s'annule à distance finie sur la frontière de E.

(5) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1252.

(6) *Ann. Ec. Norm. Sup.*, 73, 1956, p. 121-156, et deux autres Mémoires en cours d'impression.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur une formule générale de perte de charge applicable aux conduits cylindriques de forme quelconque.* Note (*) de M. **André Fortier**, présentée par M. Joseph Pérès.

J'ai montré dans une Note précédente que la vitesse de frottement u_* varie peu, en général, le long du périmètre C_0 de la section d'un conduit cylindrique de forme quelconque.

Fixons la position d'un point M de C_0 par son abscisse curviligne s sur C_0, nous pouvons définir une vitesse de frottement moyenne sur C_0 par l'expression

$$\overline{u}_* = \frac{1}{\chi_0}\int_{C_0} u_*\,ds,$$

χ_0 désignant le périmètre de C_0.

La vitesse de frottement u_* en M peut alors se mettre sous la forme $u_* = \overline{u}_*(1+\alpha)$, α est un nombre qui reste petit devant 1 sur la plus grande partie de C_0 et, d'après la définition de $\overline{u}_*$ nous avons $\overline{\alpha} = 0$.

Appelons τ_0 la forme de frottement par unité de surface en M et $dp/dx = -a$ le gradient de pression dans la direction des génératrices du conduit prise comme axe des x et orientée positivement dans le sens de l'écoulement nous avons

$$a\mathrm{S}_0 = \int_{C_0} \tau_0\,ds,$$

S_0 désignant l'aire limitée par C_0.

Or $\tau_0 = \rho u_*^2$ (ρ désignant la masse volumique du fluide) et par conséquent

$$a S_0 = \rho \chi_0 \overline{u_*^2},$$

mais

$$\overline{u_*^2} = \overline{u}_*^2 (1 - \overline{\gamma^2})$$

et comme α est petit devant 1 sur la plus grande partie de C_0 :

$$\overline{u_*^2} = u_*^2$$

et par suite :

$$a = \rho \frac{\chi_0}{S_0} u_*^2.$$

Introduisons un coefficient de perte de charge λ tel que

$$a = \frac{\lambda}{D} \rho \frac{U^2}{2},$$

en posant $D = 4 S_0/\alpha_0$ et $U = q/S_0$, q désignant le débit volumique dans le conduit.

En remplaçant a par sa valeur nous obtenons :

$$\rho \frac{4}{D} u_*^2 = \frac{\lambda}{D} \rho \frac{U^2}{2},$$

$$\frac{U}{\overline{u}_*} = \sqrt{\frac{8}{\lambda}}.$$

Or il est possible de trouver une autre expression de U/u_* en calculant directement le débit q à partir de la répartition des vitesses dans la section S_0.

En s'appuyant sur les résultats rappelés dans une Note précédente on trouve pour une paroi lisse :

$$\frac{q}{S_0} = U = \overline{u}_* \left(5{,}65 \log_{10} \frac{y_1 u_*}{\nu} + 4{,}8 \right) + A \overline{u}_* - \frac{152 \nu}{D}.$$

y_1 désignant la distance de la courbe C_0 à une isovitesse C_1, distance mesurée le long d'une ligne Γ_1 orthogonale aux isovitesses et qui coupe C_0 en un point où $u_* = \overline{u}_*$. L'isovitesse C_1 limite la région à l'intérieur de laquelle le coefficient de viscosité turbulente est constant, A ne dépend que de la forme de la section et ν désigne le coefficient de viscosité cinématique du fluide.

Divisons par $\overline{u}_*$ nous obtenons une deuxième expression de $U/\overline{u}_*$

$$\frac{U}{\overline{u}_*} = 5{,}65 \log_{10} \frac{y_1 u_*}{\nu} + 4{,}8 + A - \frac{152 \nu}{D \overline{u}_*}.$$

Appelons y_m la distance, mesurée sur Γ_1, de la paroi au point où la vitesse est maximum sur Γ_1, le rapport y_1/y_m reste sensiblement égal à 0,2 quelle que soit la forme de la section ; nous avons donc

$$\frac{U}{\overline{u}_*} = 5{,}65 \log_{10} \frac{y_m \overline{u}_*}{\nu} + A' - \frac{152 \nu}{D \overline{u}_*}.$$

Le nombre A' dépend en toute rigueur de la forme de la section mais en fait il varie peu et reste voisin de 2.

Remplaçons $U/\overline{u}_*$ par $\sqrt{8/\lambda}$ et introduisons le diamètre hydraulique $D = 4S_0/\chi_0$ et le nombre de Reynolds $\mathcal{R} = UD/\nu$ nous obtenons après simplification

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log_{10}\mathcal{R}\sqrt{\lambda} - 2\log_{10}\frac{D}{y_m} - 0,2 - \frac{152\,\nu}{\mathcal{R}\sqrt{\lambda}}.$$

Pour les grandes valeurs de $\mathcal{R}$, le terme $152\,\nu/\mathcal{R}\sqrt{\lambda}$ est très petit devant les autres termes de l'expression de $1/\sqrt{\lambda}$ de telle sorte que nous pouvons écrire finalement :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log_{10}\mathcal{R}\sqrt{\lambda} - 2\log_{10}\frac{D}{y_m} - 0,2.$$

Le rapport D/y_m est minimum et égal à 2 pour la section circulaire et maximum et égal à 4 pour la section rectangulaire infiniment allongée.

Les courbes représentant les variations de $1/\sqrt{\lambda}$ en fonction de $\log\mathcal{R}$ sont donc des droites parallèles et le coefficient λ conserve le même ordre de grandeur quelle que soit la forme de la section. Par exemple, pour $\mathcal{R} = 100\,000$ l'écart maximum relatif entre les valeurs de λ correspondant à toutes les formes de section ne dépasse pas 18 %.

Pour les parois rugueuses la formule générale de perte de charge obtenue de la même façon est :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log_{10}\frac{D}{k} - 2\log_{10}\frac{D}{y_m} + 0,54,$$

k désignant la rugosité uniforme équivalente de la paroi.

(*) Séance du 4 février 1957.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur la compensation des effets de couche limite dans des tuyères semblables à profils de parois en forme de spirale logarithmique.* Note (*) de MM. **Gérard Gontier** et **Maurice Fenain**, transmise par M. Maurice Roy.

A la suite d'expériences dans des tuyères semblables à section rectangulaire, et dont les profils de parois sont formés par différents arcs d'une même spirale logarithmique, il est montré qu'il est possible d'obtenir une bonne compensation des effets de la couche limite, sans déformation, par une légère rotation de la paroi autour du centre de la spirale.

Considérons une famille de tuyères semblables ; en raison de la viscosité les écoulements obtenus ne sont pas rigoureusement semblables. Nous avons cherché dans un cas particulier à compenser l'influence de la couche limite, pour obtenir des écoulements semblables avec une bonne approximation, en

modifiant légèrement les parois. L'étude a été faite dans le cas où les tuyères sont à section rectangulaire et où la modification de paroi est un déplacement sans déformation.

Soit Ox l'axe d'une tuyère de la famille considérée : l'origine O est le point où la vitesse est égale à la célérité critique du son. Soit $h(x)$ l'ordonnée du profil de l'une des parois et x_0 l'abscisse du col de la tuyère. Nous admettons que l'écoulement dans le domaine irrotationnel de la tuyère est celui d'un fluide non visqueux dans une tuyère fictive de profil voisin du profil réel, soit

$$h'(x) = h(x) - f(x). \tag{1}$$

En première approximation nous admettrons que $f(x)$ est l'épaisseur de déplacement $\delta^\star$ et que $\delta^\star$ varie linéairement en fonction de x :

$$h'(x) = h(x) - \delta^\star = h(x) - \delta_0^\star - A(x - x_0). \tag{2}$$

On trouve alors que le col de la tuyère fictive est situé un peu en aval du col de la tuyère réelle, sensiblement à l'abscisse

$$x'_0 = x_0 + AR_0, \tag{3}$$

R_0 étant le rayon de courbure de la paroi réelle en $x = x_0$. Les demi-hauteurs h_0 et h'_0 des cols de la tuyère réelle et de la tuyère fictive (2) présentent une différence

$$h_0 - h'_0 = \delta_0^\star + A(x'_0 - x_0) = \delta_0^\star + A^2 R_0. \tag{4}$$

D'autre part, A étant un nombre petit à l'égard de l'unité, les rayons de courbure R et R′ de la paroi réelle et de la paroi fictive sont sensiblement égaux pour une même abscisse x au voisinage du col ; soit R'_0 le rayon de courbure de la paroi au col de la tuyère fictive (2) ; on a

$$\frac{R'_0 - R_0}{R_0} = A \frac{dR}{dx}(x_0). \tag{5}$$

Soit $V(x, y)$ la vitesse réduite, rapport de la vitesse locale à la célérité critique du son ; désignons par $1/k$ la valeur de $\partial V/\partial x$ au point O. Pour un fluide non visqueux en écoulement irrotationnel, le développement du potentiel des vitesses [1] au voisinage de O permet d'établir la relation

$$\frac{k^2}{h_0^2} = (\gamma + 1)\frac{R_0}{h_0}. \tag{6}$$

Du fait de la viscosité, on observe, d'une tuyère à une autre tuyère semblable, un écart relatif ε entre les valeurs de k/h_0. Nous cherchons à compenser cet écart en modifiant, par un petit déplacement de la paroi, le rapport R_0/h_0 de l'une des tuyères. La variation de R_0/h_0 à réaliser sera calculée d'après (6), comme si le fluide n'était pas visqueux.

M. Fenain a proposé de réaliser une soufflerie supersonique à nombre de

Mach réglable en prenant comme profil de tuyère une spirale logarithmique

$$r = C\,e^{a\omega}. \tag{7}$$

Il utilise la propriété de la spirale d'engendrer une famille de profils homothétiques par roulement sans glissement de la spirale sur une droite.

Dans une soufflerie sonique ([2]), nous avons fait des essais avec le profil (7), dans deux demi-tuyères de rapport de similitude 2/3, et pour les deux sens du vent. Les constantes de la spirale étaient

$$C = 100 \text{ mm}, \qquad a = 1, \qquad \frac{R_0}{h_0} = 4,5. \tag{8}$$

Nous représentons les champs de vitesse V à l'aide des coordonnées réduites x/h_0 et y/h_0 (*fig.* 1). Les écarts que nous observons entre lignes isovitesses correspondantes changent de signe dans le domaine subsonique quand on change le sens du vent; dans le domaine supersonique, ces écarts conservent le même signe. Dans le domaine subsonique, ε prend, pour les deux sens du vent, des valeurs sensiblement opposées, de module 0,04.

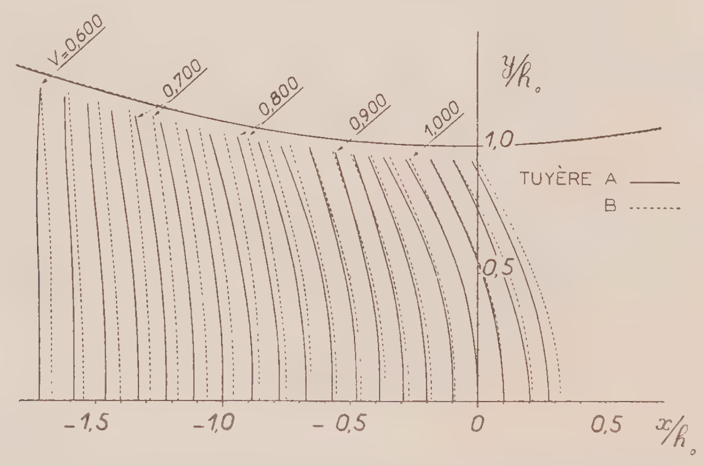


Fig. 1. — Lignes isovitesses dans la tuyère spiraliforme A ($h_0 = 135$ mm) et dans la tuyère B semblable à A dans le rapport 2/3.

Ce résultat montre que l'influence de R est prépondérante : la compensation ne peut donc être obtenue par une translation, qui modifierait h_0 sans modifier R_0. Nous avons essayé une rotation, spécialement la rotation autour du centre de la spirale : un tel déplacement fait varier R_0 et h_0 en sens inverses. Continuant à utiliser la relation (6) pour déterminer la variation de R_0/h_0, on obtient l'angle de rotation θ qui doit compenser l'écart ε; avec la spirale (7), on a

$$\theta = \frac{-2\varepsilon}{\left(1 + \frac{R_0}{h_0}\,\frac{1}{1+a^2}\right)a}. \tag{9}$$

θ est compté positivement dans le sens de rotation qui correspond à R croissant le long de la spirale. Pour les valeurs de ε obtenues ici, la rotation à donner à la tuyère la plus petite correspond à un déplacement du col vers l'amont. Avec les valeurs numériques (8), on a $\theta = 1°25'$. L'expérience confirme ce résultat d'une manière satisfaisante.

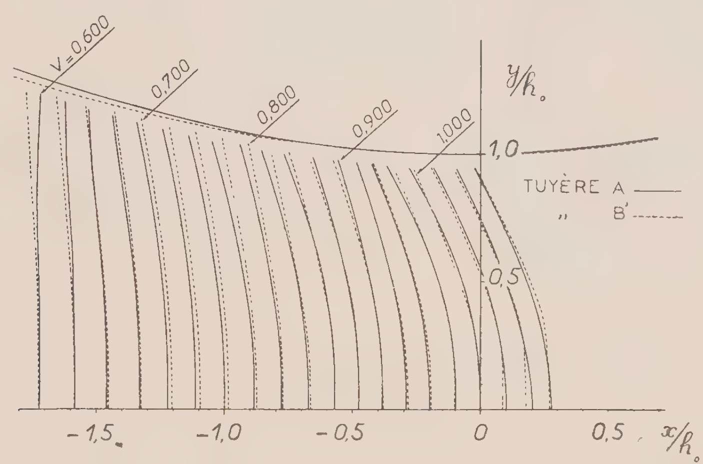


Fig. 2. — Lignes isovitesses dans la tuyère A et dans la tuyère B' obtenue à partir de B par une rotation $\theta = 1°28'$ autour du centre de la spirale.

Avec le sens du vent qui correspond à R décroissant vers l'aval, nous avons recherché expérimentalement quelle rotation il faut adopter pour obtenir la compensation optimum. Nous avons trouvé la valeur $\theta = 1°28'$, voisine de la valeur calculée : dans l'intervalle $0{,}60 < V < 1{,}07$, on obtient alors des champs de vitesse (*fig.* 2) qui, dans presque toute leur étendue, sont confondus à la précision de 0,005 sur V.

(*) Séance du 18 février 1957.

(1) Th. Meyer, *Dissertation*, Göttingen, 1908, p. 36-41.

(2) G. Gontier, *La Recherche Aéronautique*, 10, 1949, p. 3-9.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Étude dans le cas le plus général de la température de surface dans les problèmes de frottement appliqués au freinage.* Note (*) de MM. **Jean Odier** et **Pierre Leutard**, présentée par M. Joseph Pérès.

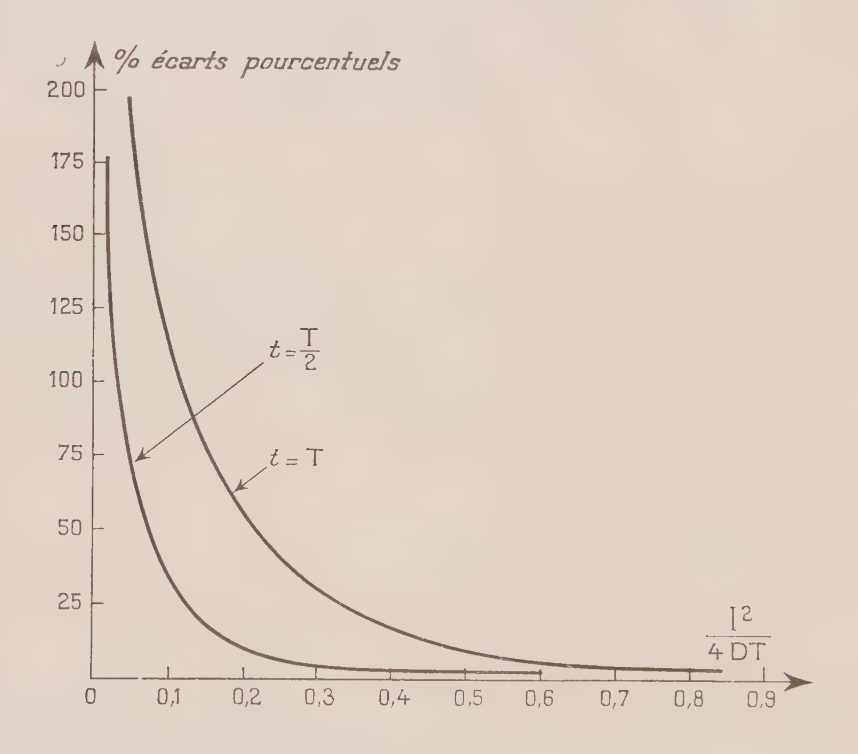
Étude de la relation existant dans les problèmes de frottement appliqués au freinage entre les températures de surface en milieu thermique limité et en milieu thermique illimité.

Application au calcul simple et rapide des températures atteintes dans tous les cas pratiques et au calcul *a priori* de l'épaisseur à rechercher pour les matériaux frottants.

Les formules très simples et suggestives donnant l'accroissement moyen de température de surface dans une opération de freinage en milieu thermique

illimité ([1]), se compliquent inévitablement quand le milieu thermique devient limité ([2]) et bien qu'elles puissent alors être utilisées avec rapidité par un spécialiste et simplifiées en pratique en se contentant d'une approximation suffisante dans l'application, il y a intérêt à éviter leur emploi direct et à chercher à les relier aux formules simples du milieu thermique illimité.

En raison de l'importance, révélée par l'étude préalable, du facteur $l^2/4\,\mathrm{DT}$, où l est l'épaisseur du milieu recevant le flux $q = q_0 - at$ au temps t, T la durée de freinage ($\mathrm{T} = q_0/a$), et $\mathrm{D} = \gamma/\varpi c$ la diffusivité du matériau (de conductibilité calorifique γ, poids spécifique ϖ, chaleur spécifique c), nous avons été amenés à chercher par le calcul, à l'aide des formules établies, l'écart pourcentuel existant dans les températures de surface entre un milieu thermique illimité (l infini) et le même milieu limité et d'épaisseur l, toutes choses égales d'ailleurs (même loi de flux).



En effectuant l'étude avec des groupes de valeurs (γ, ϖ, c) très différents et très variés, correspondant aux divers cas pratiques (fonte et acier de diverses nuances — cuivre, aluminium, etc.), nous en avons dégagé le résultat très intéressant — justiciable d'une démonstration théorique — que cet écart pourcentuel ne dépend que de la quantité $l^2/4\,\mathrm{DT}$ aux temps $t = \mathrm{T}/2$ (milieu du freinage) et $t = \mathrm{T}$ (fin du freinage).

La courbe ci-dessus établit la correspondance.

Applications. — 1° Pour connaître l'accroissement de température moyenne de surface aux temps T/2 et T d'un matériau (γ, ϖ, c) d'épaisseur l limitée, recevant un flux $q = q_0 - at$ (avec $T = q_0/a$).

a. On calcule celle-ci par la formule simple du milieu illimité, appliquée au temps T/2 et T (cette dernière étant $\sqrt{2}$ fois moindre que celle au temps T/2)

$$\Delta\theta = \frac{4}{3\sqrt{\pi}\sqrt{\gamma\varpi c}}\, q_0 \sqrt{\frac{q_0}{2a}}, \quad \text{au temps } \frac{T}{2}.$$

b. On majore chacune des températures obtenues, pour le $l^2/4\,DT$ caractéristique, du nombre pourcentuel tiré de la courbe de correspondance.

2° Application, inversement, à la recherche de l'épaisseur l à prendre pour ne pas dépasser, avec un matériau donné soumis à une loi de flux (q_0, T) une valeur de température moyenne de surface incompatible avec ses propriétés de frottement et d'usure.

3° La courbe de correspondance montre que pour la température de surface en freinage l'influence de la limitation du milieu est faible dès que $l^2/4\,DT$ atteint 0,2 ou 0,3 en raison du faible écart pourcentuel au temps T/2 (le plus important en freinage puisque à ce moment les trois quarts de l'énergie ont été dissipés par une loi de flux linéairement décroissante).

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) J. Odier, *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 1288.

(2) J. Odier et P. Leutard, *Comptes rendus*, 244, 1958, p. 1141.

MÉCANIQUE DES SOLS. — *Sur la vibration forcée des sols dont les caractéristiques varient de façon continue avec la profondeur.* Note (*) de M. **Marcel Davin**, transmise par M. René Thiry.

Dans deux précédentes Notes (1) nous avons exposé comment on peut traiter par décomposition en ondes sinusoïdales planes le problème de la vibration forcée d'un sol stratifié. Nous étendons cette étude au cas d'un sol dont les caractéristiques mécaniques sont des fonctions continues de la profondeur.

Considérons un milieu isotrope mais dont les caractéristiques mécaniques : μ, masse spécifique; E, module d'Young; σ, coefficient de Poisson (ou μ, et c_1, c_2 célérités des deux types d'ondes) sont des fonctions de la profondeur z seule.

Soumis sur la surface à des contraintes sinusoïdales, ce milieu est parcouru par des ondes de dilatation, remontantes et descendantes, et de distorsion, remontantes et descendantes. L'étude de ces ondes peut être abordée par une généralisation de la méthode que nous avons exposée au sujet du *premier problème* de Burmister (1).

Considérons de part et d'autre d'un plan horizontal de cote z (mais que nous prenons provisoirement pour plan origine des z) deux milieux très peu différents. Les nombres complexes qui caractérisent l'amplitude et la phase des quatre ondes correspondant à une même valeur de c sont : Immédiatement au-dessus du plan de séparation :

$\bar{A}$ pour l'onde descendante de dilatation ;
$\bar{A}'$ » remontante »
$\bar{C}$ » descendante de distorsion ;
$\bar{C}'$ » remontante »

Au-dessous de ce plan, les nombres correspondants sont très peu différents, nous les désignons par $\bar{A} + d_1\bar{A}$, $\bar{A}' + d_1\bar{A}'$, $\bar{C} + d_1\bar{C}$, $\bar{C}' + d_1\bar{C}'$.

Les deux équations de continuité des déformations et les deux équations de continuité des efforts s'écrivent, compte tenu de

$\frac{d\sqrt{}_1}{dc_1} = -\frac{c^2}{c_1^3\sqrt{}_1}$ et $\frac{d\sqrt{}_2}{dc_2} = -\frac{c^2}{c_2^3\sqrt{}_2}$ (*voir* notations dans nos Notes précitées)

$$d_1(\bar{A} + \bar{A}') + d_1(\bar{C} + \bar{C}') = 0,$$

$$\sqrt{}_1\, d_1(\bar{A} - \bar{A}') + \frac{1}{\sqrt{}_2} d_1(\bar{C} - \bar{C}') = (\bar{A} - \bar{A}')\frac{c^2\, dc_1}{c_1^3\sqrt{}_1} + (\bar{C} - \bar{C}')\frac{c^2\, dc_2}{c_2^3(\sqrt{}_2)^3},$$

$$\left(\frac{c^2}{c_2^2} - 2\right) d_1(\bar{A} + \bar{A}') - 2\, d_1(\bar{C} + \bar{C}')$$
$$= 2(\bar{A} + \bar{A}')\frac{c^2}{c_2^3}\, dc_2 - \left[\left(\frac{c^2}{c_2^2} - 2\right)(\bar{A} + \bar{A}') - 2(\bar{C} + \bar{C}')\right]\frac{dG}{G},$$

$$2\sqrt{}_1\, d_1(\bar{A} - \bar{A}') + \frac{\left(\frac{c^2}{c_2^2} - 2\right)}{\sqrt{}_2} d_1(\bar{C} - \bar{C}') = 2(\bar{A} - \bar{A}')\frac{c^2}{c_1^3\sqrt{}_1}\, dc_1 + (\bar{C} - \bar{C}')\frac{c^4}{c_2^3(\sqrt{}_2)^3}\, dc_2$$
$$- \left[(\bar{A} - \bar{A}')\, 2\sqrt{}_1 + (\bar{C} - \bar{C}')\frac{\left(\frac{c^2}{c_2^2} - 2\right)}{\sqrt{}_2}\right]\frac{dG}{G}.$$

Par rapport à $d_1(\bar{A} + \bar{A}')$, $d_1(\bar{C} + \bar{C}')$, $d_1(\bar{A} - \bar{A}')$, $d_1(\bar{C} - \bar{C}')$ ces quatre équations constituent un système linéaire dont le déterminant :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{}_1 & 0 & \frac{1}{\sqrt{}_2} \\ \frac{c^2}{c_2^2} - 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{}_1 & 0 & \frac{\frac{c^2}{c_2^2} - 2}{\sqrt{}_2} \end{vmatrix} = \frac{\sqrt{}_1\, c^4}{\sqrt{}_2\, c_2^4}$$

n'est nul que dans le cas limite $\sqrt{}_1 = 0$ ($c_2 \neq 0$ pour un solide).

Nous supposons alors les constantes mécaniques invariables dans une tranche horizontale d'épaisseur dz contiguë au niveau z. Dans cette tranche les nombres caractéristiques des quatre ondes subissent des variations que nous représentons par des différentielles notées d_2 et dont les expressions sont

$$d_2\overline{A} = -ir\overline{A}\,dz, \qquad d_2\overline{A}' = +ir\overline{A}'\,dz, \qquad d_2\overline{C} = -ib\overline{C}\,dz, \qquad d_2\overline{C}' = +ib\overline{C}'\,dz.$$

La variation totale de $\overline{A}$ (resp. $\overline{A}'$, $\overline{C}$, $\overline{C}'$) est pour la traversée d'une surface de séparation et de la tranche contiguë

$$d\overline{A} = d_1\overline{A} + d_2\overline{A} \qquad (\text{resp. } d\overline{A}' = d_1\overline{A}' + d_2\overline{A}',\ d\overline{C} = d_1\overline{C} + d_2\overline{C},\ d\overline{C}' = d_1\overline{C}' + d_2\overline{C}').$$

Lorsque l'épaisseur des tranches tend vers zéro, de façon que le milieu stratifié tende vers un milieu à variation continue, cette variation devient effectivement la différentielle de $\overline{A}$ (resp. $\overline{A}'$, $\overline{C}$, $\overline{C}'$) et les équations déduites des équations ci-dessus forment le système différentiel linéaire (de 4 équations) qui détermine les quantités $(\overline{A}+\overline{A}')$, $(\overline{A}-\overline{A}')$, $(\overline{C}+\overline{C}')$, $(\overline{C}-\overline{C}')$. Ce système s'écrit : après division par dz, et sous la forme résolue par rapport aux dérivées des fonctions inconnues

$$\frac{d}{dz}(\overline{A}-\overline{A}') = (\overline{A}-\overline{A}')\left[\left(-1+\frac{2c_2^2}{c^2}\right)\frac{dG}{G\,dz}-\frac{2\,dc_2}{c_2\,dz}\right]-(\overline{C}-\overline{C}')\frac{2c_2^2}{c^2}\frac{dG}{G\,dz}-ir(\overline{A}-\overline{A}'),$$

$$\frac{d}{dz}(\overline{C}-\overline{C}') = (\overline{A}-\overline{A}')\left[\left(1-\frac{2c_2^2}{c^2}\right)\frac{dG}{G\,dz}-\frac{2\,dc_2}{c_2\,dz}\right]-(\overline{C}-\overline{C}')\frac{2c_2^2}{c^2}\frac{dG}{G\,dz}-ib(\overline{C}-\overline{C}').$$

$$\frac{d}{dz}(\overline{A}-\overline{A}') = (\overline{A}-\overline{A}')\left[\frac{c^2}{c^2-c_1^2}\frac{dc_1}{c_1\,dz}-\frac{2c_2^2}{c^2}\frac{dG}{G\,dz}\right]$$
$$+(\overline{C}-\overline{C}')\left[\frac{2}{\sqrt{}_1\sqrt{}_2}\frac{dc_2}{c_2\,dz}-\frac{\left(1-2\frac{c_2^2}{c^2}\right)}{\sqrt{}_1\sqrt{}_2}\frac{dG}{G\,dz}\right]-ir(\overline{A}+\overline{A}'),$$

$$\frac{d}{dz}(\overline{C}-\overline{C}') = (\overline{C}-\overline{C}')\left[\frac{c^2-2c_2^2}{c^2-c_2^2}\frac{dc_2}{c_2\,dz}-\left(1-\frac{2c_2^2}{c^2}\right)\frac{dG}{G\,dz}\right]$$
$$-(\overline{A}-\overline{A}')\,2\sqrt{}_1\sqrt{}_2\frac{c_2^2}{c^2}\frac{dG}{G\,dz}-ib(\overline{C}+\overline{C}').$$

Il faut 4 conditions aux limites pour que le problème soit déterminé. Deux sont fournies par la donnée des contraintes à la surface (pour une valeur déterminée de c, l'élément sinusoïdal de contrainte à la surface est défini par la donnée de deux nombres complexes). Pour avoir deux autres conditions aux limites, nous supposons que les constantes μ, c_1, c_2 (donc aussi $G = \mu c_2^2$) tendent chacune vers une limite lorsque z croit indéfiniment. Nous pouvons alors obtenir le sol considéré comme limite d'un sol stratifié dont la dernière strate est de profondeur infinie. Nous savons que dans un tel sol la dernière strate est exempte d'onde remontante. Nous trouvons donc comme conditions aux limites dans le sol à variation continue, que A' et C' doivent tendre vers zéro lorsque z croit indéfiniment.

Si les fonctions $c_1(z)$, $c_2(z)$, $G(z)$ ne sont pas particularisées, le système de fonctions A.A'.C.C' présente un grand degré de généralité, mais si les fonctions $c_1(z)$, $c_2(z)$. $G_1(z)$ sont données, alors le problème peut être résolu facilement au moyen d'une machine électronique analogique, qui est particulièrement adaptée à la résolution numérique des systèmes d'équations linéaires à coefficients variables.

(2) *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 352 et 565.

RADIOASTRONOMIE. — *Caractères d'un type d'émission hertzienne associé à certaines éruptions chromosphériques.* Note (*) de M. **André Boischot**, présentée par M. André Danjon.

Les caractères d'une émission hertzienne accompagnant certaines éruptions chromosphériques sont précisés. Certains d'entre eux permettent de la distinguer nettement des orages de bruit associés aux taches solaires radioélectriquement actives.

De nombreuses observations, en particulier celles de J. P. Wild (1) ont permis de caractériser deux types d'émissions hertziennes qui se trouvent souvent associés aux éruptions chromosphériques : les sursauts précurseurs (« bursts » de type III) et les grands sursauts (« outbursts », type II), qui paraissent provoqués par l'ascension dans l'atmosphère solaire de perturbations qui se meuvent avec des vitesses respectivement de l'ordre de 30 000 et 300 km/s. Ces émissions sont essentiellement dépolarisées.

Un autre type de rayonnement très intense — que nous nommerons « émission de type IV » — et accompagnant certaines éruptions, a été caractérisé sans ambiguïté sur la fréquence 169 MHz avec le grand interféromètre de Nançay (2).

Depuis le mois de juin, six cas bien définis ont pu être observés, qui ont permis, malgré des différences sensibles, d'en dégager les caractères généraux.

a. Ce rayonnement a toujours lieu après une éruption chromosphérique. Il prend naissance sur 169 MHz après la fin du grand sursaut, augmente d'intensité pendant 20 à 40 mn, puis diminue plus lentement pour disparaître après quelques heures (*fig.* 1). L'intensité maximum atteinte a été dans plusieurs cas très supérieure à toutes celles qui ont été enregistrées depuis que fonctionne l'interféromètre. Des observations simultanées faites ailleurs indiquent que ce rayonnement est polarisé circulairement (3).

b. Pendant toute sa durée, l'émission reste remarquablement stable; elle est en particulier dépourvue des sursauts de type I caractéristiques des orages radioélectriques ordinairement associés à certaines taches. Cette

propriété rend tout à fait remarquable un enregistrement de ce phénomène avec un appareil à faible constante de temps (*fig.* 2).

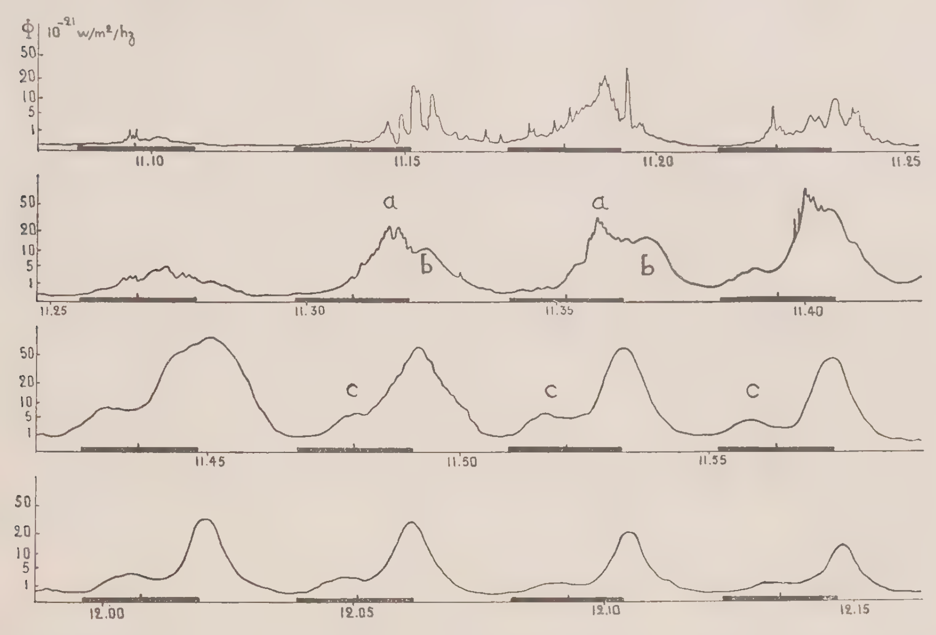


Fig. 1. — Enregistrement de l'éruption du 14 novembre 1956, à l'aide du grand interféromètre de Nançay. Noter les deux centres (*a* et *b*) issus de l'éruption : *a* irrégulier disparaît beaucoup plus rapidement. Les maxima *c* correspondent aux lobes secondaires du diagramme (le trait noir sous chaque lobe indique la position du disque photosphérique).

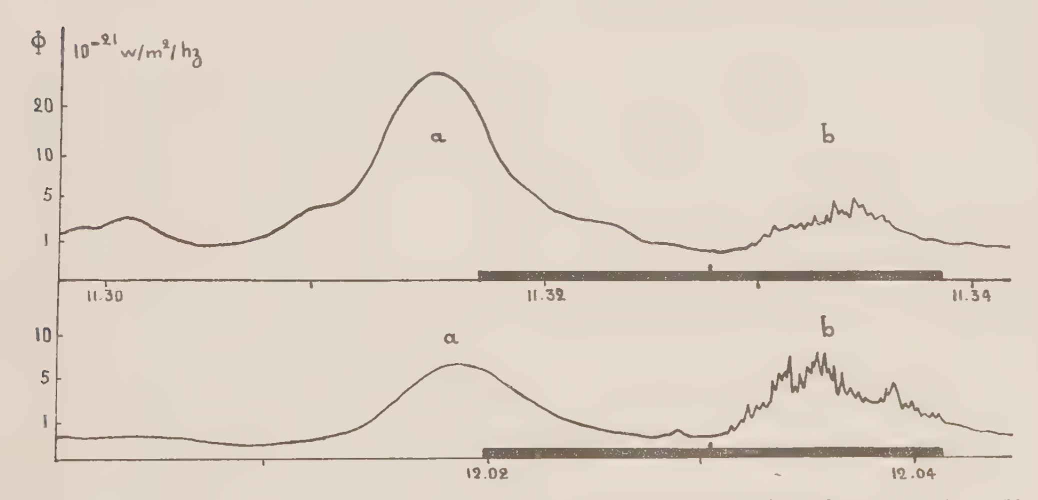


Fig. 2. — Centre émissif de type IV lié à une éruption (*a*) et centre lié à une tache R (*b*), 20 novembre 1956. Le flux du centre *b* est à peu près constant, alors que celui de *a* décroît de 50 à 5.10^{-21} W/m²/Hz, en 30 mn.

Les irrégularités qui apparaissent parfois sur l'enregistrement, surtout au début, n'ont pas les caractères de sursauts, et pourraient aussi bien être dus à des mouvements de la région émissive.

c. Le diamètre apparent de la source est en général plus important que celui des centres radioélectriquement actifs liés aux taches, surtout dans la première période de son existence. On a pu mesurer des diamètres de 4 à 8′, ce qui correspond à une étendue bien supérieure à celle de la zone brillante visible.

d. Ce centre émissif n'est pas fixe sur la surface solaire. Dans trois cas, nous avons pu mettre en évidence des déplacements de l'ordre de 10′, nettement supérieurs à l'effet des scintillations qu'on observe parfois. Dans l'hypothèse d'un mouvement radial au-dessus de l'éruption optique, la source semble monter rapidement après son apparition (cette phase n'est pas toujours observée avec l'interféromètre car elle est trop brève), puis redescendre lentement pour rester stable après quelques dizaines de minutes. Les altitudes maxima déduites sont très différentes d'une éruption à l'autre, variant de 0,3 à 4 ou $5 R_0$ au-dessus de la photosphère, et les vitesses de l'ordre de plusieurs centaines de kilomètres par seconde.

Il faut signaler cependant que l'hypothèse du mouvement radial est très incertaine. Nous avons même observé dans un cas un centre émissif situé plus près du centre du disque que le centre optique.

Comme l'indique le tableau, ce type d'émission est presque toujours associé à de très fortes éruptions, bien que depuis le début des observations à Nançay, au moins une éruption 3 et deux éruptions 2 n'aient donné lieu à aucun phénomène de ce genre.

Date.	Importance.	Position.	Flux maximum (10^{-22} W/m²/Hz).	Remarques.
27 août	1^+	18 N 69 E	300	–
31 »	3	15 N 15 E	50 000	Source plus proche du centre du disque que la zone brillante
6 novembre	2	15 N 85 E	250	Mouvement descendant après l'apparition du centre
7 »	3	18 S 31 E	60 000	Mouvement ascendant rapide, puis chute
14 »	3	18 S 55 W	90 000	Dédoublement de la source pendant 30 mn environ
20 »	2^+	18 S 56 W	80 000	–

Il est très vraisemblable que cette émission est à rapprocher de certaines observations faites antérieurement, en particulier par H. W. Dodson, E. R. Hedeman et L. Owren ([4]), qui ont noté comme nous que le grand sursaut accompagnant certaines éruptions était suivi d'une nouvelle augmentation du flux reçu; mais ils n'avaient pas distingué celle-ci des orages radioélectriques couramment associés aux taches solaires de type R.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) *The Sun*, The University of Chicago Press, 1953.

(2) E. J. Blum, A. Boischot et M. Ginat, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 19.

(3) *Monthly Bulletin*, Royal Netherlands Meteorological Institute, November, 1956.

(4) *Ap. J.*, **118**, 1953, p. 169-196.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Détermination d'un potentiel séparable à partir des déphasages. Cas où* tg δ *est une fraction rationnelle de l'énergie.* Note (*) de MM. **Michel Gourdin** et **André Martin**, présentée par M. Louis de Broglie.

Lorsque $k\,\text{tg}\,\delta$ peut être représenté par une fraction rationnelle quelconque nous retrouvons les résultats de l'approximation indépendante de forme, à savoir l'existence de deux types de solutions, une solution unique pour un système sans état lié, une solution à un paramètre pour un système admettant un état lié.

Nous généralisons l'approximation indépendante de forme [1] en prenant une tangente du déphasage qui est une fraction rationnelle réelle en k^2, à pôles réels ou complexes :

$$\text{(II.1)} \qquad -k\frac{\pi}{2}\,\text{tg}\,\delta \equiv g(k) = 2k^2\left\{\sum_1^n \frac{a_p}{k^2+\alpha_p^2} + \sum_1^r \frac{c_q}{k^2-\gamma_p^2}\right\} \qquad [\gamma_q \text{ réel, } \text{Re}(\alpha_p) \neq 0].$$

Nous nous proposons de trouver les fonctions $f(p)$ solutions de l'équation intégrale :

$$\text{(II.2)} \qquad f(k) = g(k)\left\{1 + \text{VP}\int_0^\infty \frac{f(p)}{p^2-k^2}\,dp\right\}.$$

On rappelle que $f(p)$ est reliée au potentiel $v(p)$ par la relation $f(p) = \text{Cte}.p^2v^2(p)$ c'est-à-dire que $f(p)$ est une fonction qui ne change jamais de signe. Si l'on cherche des solutions sous la forme

$$\text{(II.3)} \qquad f(p) = 2p^2\sum_{j=1}^m \frac{b_j}{\beta_j}\,\frac{1}{p^2-\beta_j^2}, \qquad \text{avec} \quad \text{Im}(\beta_j) > 0,$$

après application de la méthode des résidus pour calculer l'intégrale en partie principale, on aboutit à l'identité suivante :

$$\text{(II.4)} \qquad \sum_j \frac{b_j}{\beta_j}\,\frac{1}{k^2-\beta_j^2} = \left\{\sum_1^n \frac{a_p}{k^2+\alpha_p^2} + \sum_1^r \frac{c_q}{k^2-\gamma_q^2}\right\}\left[1 - i\pi\sum_{j=1}^m \frac{b_j}{k^2-\beta_j^2}\right].$$

Par identification des deux membres on obtient une condition nécessaire sur m qui est $m \geq n+r$ et on définit un nombre t représentant l'indétermination du problème : $m = n+r+t$. Les β_j, sont les racines à partie imaginaire positive de l'équation

$$\text{(II.5)} \qquad 1 = -i\pi\beta_j\left[\sum_1^n \frac{a_p}{\alpha_p^2+\beta_j^2} + \sum_1^r \frac{c_q}{\beta_j^2-\gamma_q^2}\right].$$

On voit facilement que si s des coefficients c_n sont négatifs et $r-s$ positifs, il y a $n+s$ racines du type cherché, ce qui nous donne l'égalité $r+t=2s$. Les résultats peuvent s'étendre au cas de racines doubles de l'équation (II.5) par l'adjonction de termes du type $p^2 d_j(p^2-\beta_j^2)^{-2}$ au développement (II.3).

On montre alors qu'une condition nécessaire pour que f soit de signe constant est que g ne s'annule pas en changeant de signe et que pour cela il est nécessaire que deux coefficients c consécutifs soient de signes opposés. Dans ces conditions, si l'on écrit $g(k^2)$ sous la forme

$$g(k^2)=2\,k^2\,\frac{\mathrm{R}_{n+r-1}(k^2)}{\mathrm{S}_{n+r}(k^2)},$$

on obtient les différents résultats :

a. $r=2r'$ pair, $t=0$, $f(p)$ admet une solution unique

$$f(p)=2\,p^2\,\mathrm{R}_{n+r-1}(p^2)\left[\prod_1^{n+r'}(p^2-\beta_j^2)\right]^{-1}.$$

b. $r=2r'+1$ impair, $g(+\infty)<0$, $g(\overset{+}{0})>0$: $t=1$, $f(p)$ admet une solution à un paramètre σ positif

$$f(p)=2p^2(p^2+\sigma)\,\mathrm{R}_{n+r-1}(p^2)\left[\prod_1^{n+r'+1}(p^2-\beta_j^2)\right]^{-1}.$$

c. $r=2r'+1$ impair $g(+\infty)>0$, $g(\overset{+}{0})<0$: $t=-1$, le problème est sans solution.

Nous démontrerons, dans une troisième publication, des théorèmes généraux d'unicité nous permettant d'affirmer que le cas *a* correspondant à un système sans état lié admet une solution unique et que le cas *b* correspondant à un système avec un état lié admet une solution à un paramètre. Quant au troisième cas *c*, nous verrons qu'il n'admet pas de solution physique $f(p)$. Autrement dit, nous montrerons que nous n'avons laissé échapper aucune solution. Les résultats sont, ici encore, les mêmes que dans le cas des potentiels locaux.

(*) Séance du 18 février 1957.

(1) M. GOURDIN et A. MARTIN, *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1153.

PHYSIQUE THÉORIQUE : — *Sur les oscillations à déferlement. Recherche des solutions continues.* Note (*) de M. **LEFTERI SIDERIADES**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une précédente Note dont nous conservons ici les notations [1], nous avons défini les systèmes à déferlement, comme étant représentés par des systèmes différentiels, non linéaires, du deuxième ordre, du type

$$m\Gamma+f\mathrm{V}+\mathrm{F}(\mathrm{Z}-\mathrm{Z}_0)=0$$

dans lesquels, les éléments de la matrice de frottement $[f]$ ont des valeurs numériques très grandes. Nous avons énoncé un principe de composition des vitesses en vue du tracé d'une intégrale générale, et nous avons remarqué que pour de tels systèmes, la variation de vitesse angulaire $d\varphi/dt$ du vecteur vitesse *relative* $\vec{V}_2$ était très grande, de l'ordre de 100 à 1000 fois la fréquence du phénomène; ce qui se traduit par un véritable choc auquel est soumis l'affixe représentatif du système lorsqu'il arrive sur la courbe $T = 0$.

Du point de vue des oscillations stables, le cycle limite dans un plan des phases peut donc être considéré comme résultant de l'association de deux sortes d'arcs continus : des arcs (R) d'intégrales du système du premier ordre (dénué de masse) et d'autres arcs (S) parcourus à très grande vitesse. On peut même supposer — dans un passage à la limite purement théorique — que les arcs (S) sont parcourus à vitesse infinie. On retrouve ainsi la théorie de Th. Vogel sur les oscillations à déferlement [2]. Les lieux des points de jonction de ces deux sortes d'arcs sont, d'une part, la courbe de choc $T = 0$, d'autre part, la « courbe de limitation d'amplitude » $\overline{T} = 0$, qui est une ligne singulière intéressante du système du deuxième ordre.

Si l'on définit alors une mesure $\delta(T, \overline{T})$, constituant une généralisation dans l'espace à trois dimensions de la mesure de Dirac, soit

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \delta(T, \overline{T})\, dx\, dy = +1,$$

ce qui revient à supposer une masse unité répartie uniformément le long de la courbe $T\overline{T} = 0$, on peut aussi définir une distribution au sens de L. Schwartz par une généralisation aisée du produit de composition et écrire le comportement d'un système à déferlement sous la forme unifiée

$$\frac{dx}{X + \delta\star(T\xi - X)} = \frac{dy}{Y + \delta\star(T\eta - Y)} = \frac{dt}{T}.$$

Cette forme du premier ordre met en évidence l'action discontinue d'éléments du système qui ne se manifestent qu'à des époques déterminées sous forme de distributions.

Mais dans une voie opposée, il est plus intéressant de mettre en évidence les paramètres incriminés par la discontinuité et de rechercher par là même, si elles existent, les solutions *continues* d'un système à déferlement par une analyse du système sous sa forme du deuxième ordre, comme on l'a déjà fait [1].

Nous avons proposé comme exemples typiques [1] les fonctionnements comparés d'un multivibrateur gyroscopique (système continu) et d'un multivibrateur d'Abraham-Bloch (système discontinu), ces deux systèmes étant régis par la même équation formelle. Si l'on pouvait obtenir un fonctionnement identique de ces deux systèmes, par action sur les grandeurs relatives des

paramètres en présence (valeurs des résistances, des capacités, des coefficients d'amplification des lampes, etc.), on réaliserait du même coup le passage graduel du continu au discontinu. Or cela est impossible physiquement, car il

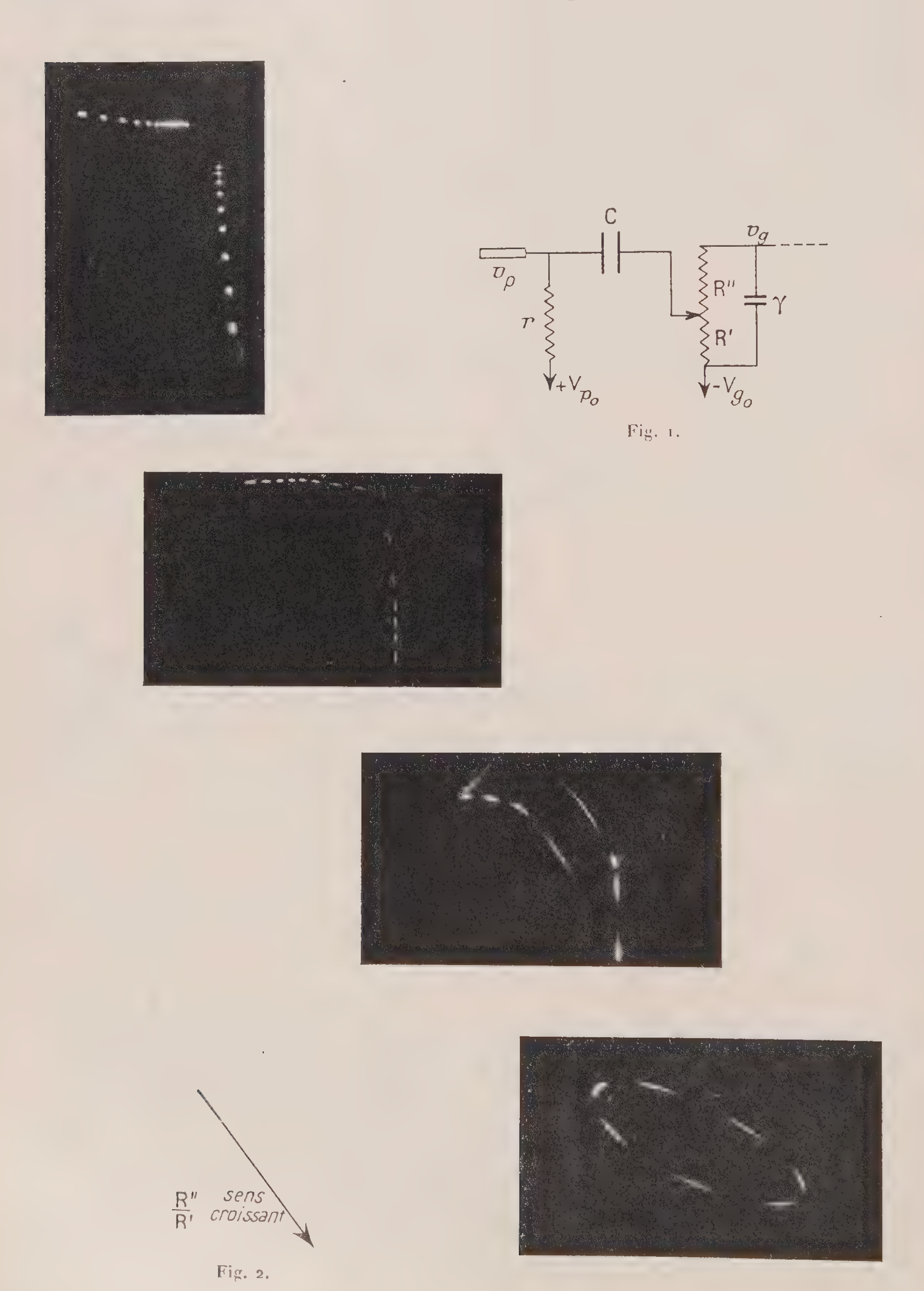


Fig. 1.

Fig. 2.

faudrait remplacer la capacité parasite γ par une autre capacité beaucoup plus grande (100 à 1 000 fois).

Mais, il existe un moyen d'agir sur la capacité parasite γ, incriminée par le choc, dans un multivibrateur d'Abraham-Bloch, au prix de légères modifications. Considérons en effet le multivibrateur de la figure 1, où la capacité de liaison est reliée à un potentiomètre dans le circuit grille. La mise en équation d'un tel système nous fait retrouver l'équation d'un multivibrateur d'Abraham-Bloch, à cette différence près que γ est remplacé par $[1+(R''/R')]\gamma$.

Or, le rapport R''/R' peut aisément couvrir la plage du rapport de discontinuité, c'est-à-dire atteindre 10^2 à 10^3. $(d\varphi/dt)\vec{V}_2$ est diminué d'autant : le choc donne lieu à une simple accélération et même peut être totalement supprimé lorsque R''/R' est très grand.

L'expérience confirme pleinement cette théorie. On peut voir sur la figure 2 l'allure du cycle limite des oscillations stables obtenues avec un tel type de multivibrateur et suivre sa déformation à mesure que R''/R' croît ; la stroboscopie du phénomène montre « l'évanouissement » progressif de la discontinuité, jusqu'à obtention d'un cycle elliptique (solution sinusoïdale) à vitesse constante.

Un tel résultat, présentant une analogie avec la solution sinusoïdale des oscillations de relaxation prévue par B. van der Pol, est ici d'une portée beaucoup plus grande, car il s'agit d'oscillations de déferlement, essentiellement discontinues, donc fortement non linéaires.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) L. Sideriades, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 1850.

(2) Th. Vogel, *Ann. Télécomm. Fr.*, 6, n° 7, juillet 1951, p. 182-190.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Développement d'une solution générale de l'équation de transport de Boltzmann en présence d'un champ électrique et magnétique.* Note (*) de MM. **Raymond Jancel** et **Théo Kahan**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les auteurs proposent un développement général en harmoniques sphériques et en série de Fourier d'une solution de l'équation intégro-différentielle de Boltzmann pour le cas d'un plasma lorentzien soumis à l'action d'un champ électrique oscillant et d'un champ magnétique constant, compatible avec les conditions de symétrie du problème étudié.

La composante légère d'un plasma lorentzien soumis à un champ électrique alternatif $\vec{E}\cos\omega t$ et à un champ magnétique constant $\vec{H}$ est décrit par l'équation de transport de Boltzmann :

(1) $$\frac{\mathcal{D} f(\vec{r}, \vec{v}, t)}{\mathcal{D} t} = J(f);$$

où l'opérateur $\mathcal{D}/\mathcal{D}t$ s'écrit

(2) $$\frac{\mathcal{D}}{\mathcal{D}t}=\frac{\partial}{\partial t}+\vec{v}.\vec{\nabla}_r+\left[\vec{\Gamma}\cos\omega t+(\vec{\omega}_{\rm H}\wedge\vec{v})\right]\vec{\nabla}_v.$$

avec

(3) $$\vec{\Gamma}=\frac{e}{m}\vec{\rm E}\qquad\text{et}\qquad\vec{\omega}_{\rm H}=\frac{e}{m}\vec{\rm H}.$$

J est l'opérateur de chocs de Boltzmann appliqué à un gaz lorentzien et ne contient que les chocs élastiques électron-molécule. (Nous supposerons dans la suite que $\vec{\rm H}$ est parallèle à Oz, ce qui ne restreint pas la généralité.)

La solution la plus générale compatible avec les symétries du problème est fournie par le double développement dans l'espace des vitesses et dans le temps :

(4) $$f=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\sum_{l=0}^{+\infty}\sum_{m=-l}^{+l}\alpha_{kl}^m(\vec{r},v)\,{\rm Y}_l^m(v,\theta,\varphi)\,e^{ik\omega t}$$

(où θ et φ sont les angles de $\vec{v}$ dans l'espace des vitesses). On utilise les harmoniques sphériques sous la forme

(5) $${\rm Y}_l^m=(-1)^m v^l\sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi(l+m)!}}\sin^m\theta\frac{d^m}{d(\cos\theta)^m}{\rm P}_l(\cos\theta)\,e^{im\varphi},$$

avec la relation

(6) $${\rm Y}_l^{m*}=(-1)^m{\rm Y}_l^{-m}$$

qui entraîne, pour les coefficients de Fourier α_{kl}^m, la condition de réalité

(7) $$\alpha_{kl}^{-m}=(-1)^m\alpha_{-kl}^{m*}.$$

En portant le développement (4) dans (1), on est amené à calculer des expressions de la forme

(8) $$\vec{v}.\vec{\nabla}_r(\alpha_{kl}^m{\rm Y}_l^m)=\left(\sum_x v_x\frac{\partial}{\partial x}\left(\alpha_{kl}^m(\vec{r},v)\right)\right){\rm Y}_l^m,$$

(9) $$\vec{\Gamma}.\vec{\nabla}_v(\alpha_{kl}^m{\rm Y}_l^m)=\frac{\left(\sum_x\Gamma_x v_x\right)}{v}\frac{\partial\alpha_{kl}^m}{\partial v}{\rm Y}_l^m+\alpha_{kl}^m\vec{\Gamma}.\vec{\nabla}_v({\rm Y}_l^m),$$

(10) $$(\vec{\omega}_{\rm H}\wedge\vec{v}).\vec{\nabla}_v(\alpha_{kl}^m{\rm Y}_l^m)=\alpha_{kl}^m(\vec{\omega}_{\rm H}\wedge\vec{v}).\vec{\nabla}_v({\rm Y}_l^m).$$

D'autre part l'opérateur de chocs J s'écrira d'après (4) :

(11) $${\rm J}={\rm J}(\alpha_{00}^0{\rm Y}_0^0)+{\rm J}(\alpha_{10}^0{\rm Y}_0^0)\,e^{i\omega t}+{\rm J}(\alpha_{-10}^0{\rm Y}_0^0)\,e^{-i\omega t}-\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\sum_{l=1}^{+\infty}\sum_{m=-l}^{+l}\nu_{\rm L}\alpha_{kl}^m{\rm Y}_l^m\,e^{ik\omega t},$$

où ν_l sont les fréquences de chocs correspondant aux diverses harmoniques; les trois premiers termes expriment les échanges d'impulsion entre la composante lourde à distribution maxwellienne et les électrons du plasma.

En effectuant les opérations indiquées et compte tenu des relations de Clebsch-Gordan, l'identification des termes du premier et du deuxième membre de (1) correspondant à une valeur donnée de k, l, m fournit l'équation générale suivante :

$$
\begin{aligned}
(12)\quad ik\omega\alpha_{kl}^{m} + \Bigg\{ \frac{1}{2}\Bigg[& -C(l-1, m-1)\left(\frac{\partial\alpha_{k,l-1}^{m-1}}{\partial x} - i\frac{\partial\alpha_{k,l-1}^{m-1}}{\partial y}\right) \\
& + D(l+1, m-1)\,v^2\left(\frac{\partial\alpha_{k,l+1}^{m-1}}{\partial x} - i\frac{\partial\alpha_{k,l+1}^{m-1}}{\partial y}\right) \\
& - E(l-1, m+1)\left(\frac{\partial\alpha_{k,l-1}^{m+1}}{\partial x} + i\frac{\partial\alpha_{k,l-1}^{m+1}}{\partial y}\right) \\
& F(l+1, m+1)\left(\frac{\partial\alpha_{k,l+1}^{m+1}}{\partial x} + i\frac{\partial\alpha_{k,l+1}^{m+1}}{\partial y}\right)\Bigg] \\
& + A(l-1, m)\frac{\partial\alpha_{k,l-1}^{m}}{\partial z} + v^2 B(l+1, m)\frac{\partial\alpha_{k,l+1}^{m}}{\partial z}\Bigg\} + \\
+ \frac{1}{2v}\Bigg\{ \frac{(\Gamma_x - i\Gamma_y)}{2}\Bigg[& -C(l-1, m-1)\left(\frac{\partial\alpha_{k-1,l-1}^{m-1}}{\partial v} + \frac{\partial\alpha_{k+1,l-1}^{m-1}}{\partial v}\right) \\
& + D(l+1, m-1)\,v^2\left(\frac{\partial\alpha_{k-1,l+1}^{m-1}}{\partial v} + \frac{\partial\alpha_{k+1,l+1}^{m-1}}{\partial v}\right)\Bigg] \\
+ \frac{(\Gamma_x + i\Gamma_y)}{2}\Bigg[& E(l-1, m+1)\left(\frac{\partial\alpha_{k-1,l-1}^{m+1}}{\partial v} + \frac{\partial\alpha_{k+1,l-1}^{m+1}}{\partial v}\right) \\
& F(l+1, m+1)\,v^2\left(\frac{\partial\alpha_{k-1,l+1}^{m+1}}{\partial v} + \frac{\partial\alpha_{k+1,l+1}^{m+1}}{\partial v}\right)\Bigg] \\
+ \Gamma_z\Bigg[& A(l-1, m)\left(\frac{\partial\alpha_{k-1,l-1}^{m}}{\partial v} + \frac{\partial\alpha_{k+1,l-1}^{m}}{\partial v}\right) \\
& + B(l+1, m)\,v^2\left(\frac{\partial\alpha_{k-1,l+1}^{m}}{\partial v} + \frac{\partial\alpha_{k+1,l+1}^{m}}{\partial v}\right)\Bigg]\Bigg\} \\
+ \frac{(2l+3)}{2}\Bigg[& \frac{(\Gamma_x - i\Gamma_y)}{2} D(l+1, m-1)\left(\alpha_{k-1,l+1}^{m-1} + \alpha_{k+1,l+1}^{m-1}\right) \\
& - \frac{(\Gamma_x + i\Gamma_y)}{2} F(l+1, m+1)\left(\alpha_{k-1,l+1}^{m+1} + \alpha_{k+1,l+1}^{m+1}\right) \\
& + \Gamma_z B(l+1, m)\left(\alpha_{k-1,l+1}^{m} + \alpha_{k+1,l+1}^{m}\right)\Bigg] \\
& + im\omega_{\mathrm{H}}\alpha_{kl}^{m} = -\nu_l\alpha_{kl}^{m}.
\end{aligned}
$$

où les $A(l, m)$, $B(l, m)$, $C(l, m)$, $D(l, m)$, $E(l, m)$ et $F(l, m)$ sont les coefficients du développement des expressions $Y_1^0\, Y_l^m$, $Y_1^1\, Y_l^m$ et $Y_1^{-1}\, Y_l^m$ en fonction des Y_l^m. Dans le cas où $l = m = 0$, le second membre s'écrit $J(\alpha_{00}^0\, Y_0^0)$, $J(\alpha_{10}^0\, Y_0^0)$ ou $J(\alpha_{-10}^0)$ respectivement pour $k = 0$, $+1$ ou -1.

Cette expression générale contient, à titre de cas particulier et en arrêtant notre développement (4) au terme $l = 1$, les résultats antérieurs de S. Chapman et T. Cowling [1], H. Margenau [2], W. P. Allis [3], R. Jancel et T. Kahan [4] et V. M. Fain [5] qui apparaissent comme une approximation du premier ordre de la formule (12) ; elle conduit aussi, dans le cas d'un champ électrique faible et en appliquant une méthode de perturbation à l'équation (1), aux résultats obtenus par M. Bayet, J. L. Delcroix et J. F. Denisse [6].

La solution générale proposée permet d'aborder des problèmes très généraux relatifs à la physique des plasmas tels que :

— propagation d'ondes progressives dans les plasmas en présence d'un champ magnétique ;

— interaction des ondes électromagnétiques dans un milieu inhomogène ;

— formation d'ondes stationnaires dans un guide ou une cavité électromatiques, en tenant compte des conditions aux limites et des processus de création de charges qui entretiennent la décharge.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) *The mathematical theory of non-uniform gases*, 1939.

(2) *Phys. Rev.*, 73, 1948, p. 309.

(3) *Handbuch der Physik*, 21, 1956, p. 383.

(4) *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 995; *Nuovo Cimento*, 12, 1954, p. 573.

(5) *J. Exp. Theor. Phys. U. S. S. R.*, 28, 1955, p. 422.

(6) *J. Phys. Rad.*, 15, 1954, p. 795.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'interaction magnétique dans un système de doublets*. Note de M. **Gilbert Karpman**, présentée par M. Louis de Broglie.

En s'appuyant sur un modèle hydrodynamique, on calcule les tensions internes d'un fluide de doublets. Avec des approximations convenables, on montre que l'énergie d'interaction est équivalente, du point de vue des équations du mouvement, au terme phénoménologique postulé par Herring et Kittel dans leur théorie des ondes de spin dans les milieux ferromagnétiques.

L'objet de ce travail est d'étudier l'interaction magnétique interne d'un ensemble de doublets distribués dans l'espace le long de lignes dites lignes de doublets, c'est-à-dire l'action sur un doublet du champ créé par le reste du « fluide de doublets ».

Les doublets sont de dimension non nulle, et seront supposés constants par rapport au temps, en grandeur et en position. Sur une suggestion de MM. Takabayasi et Vigier, nous allons faire ce calcul d'interaction en remplaçant les doublets magnétiques M_i par des grandeurs continues [1]. Nous allons supposer en effet que l'espace contient une distribution fine, continue de tourbillons élémentaires [2] qui sont produits par des circuits électriques infiniment petits. M sera le moment magnétique par unité de volume produit par cette distribution de tourbillons.

Supposons la distribution de tourbillons telle que :

1° $M_i = M(x_i, y_i, z_i)\,dv_i$; 2° les dv_i sont des volumes élémentaires recouvrant tout l'espace et dont l'intersection est vide. Ceci implique que les doublets remplissent tout l'espace. L'interaction des doublets entre eux sera alors la même que la distribution $M(x_i, y_i, z_i)\,dv_i$. Calculons cette interaction.

Pour cela, remarquons que l'énergie d'interaction de deux doublets varie comme $1/r^3$, où r est la distance les séparant.

Il suffira donc de se limiter pour ce calcul à l'intérieur d'une sphère Σ_0 dont le centre sera le point m_0 où l'on calcule le champ dû aux doublets.

Soit maintenant Σ'_0 une sphère centrée sur m_0 et dont le volume est égal au volume élémentaire $dv_i(m_0)$ du doublet situé en ce point.

L'induction au point m_0 due à Σ'_0 sera

$$(1) \qquad B_1 = \frac{2}{3} M_0 \, dv_0 \quad (^2)$$

où l'on a posé $dv_i(m_0) = dv_0$ et $M(m_0) = M_0$. Calculons maintenant l'induction B_2 due aux doublets extérieurs à Σ'_0. Nous allons pour cela remplacer la distribution $M(x_i, y_i, z_i)\,dv_i$ par la distribution $M(x, y, z)\,dv$, c'est-à-dire finalement par la densité fine de tourbillons élémentaires. Ceci constitue évidemment une approximation. Dans ce cas on aura (1) pour le potentiel vecteur des tourbillons compris entre les deux sphères Σ_0 et Σ'_0 :

$$(2) \qquad \mathbf{A} = \frac{1}{4\pi}\int \frac{1}{r} \operatorname{rot} M \, dv - \frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma_0} n \wedge M \frac{ds}{r} + \frac{1}{4\pi}\int_{\Sigma'_0} n \wedge M \frac{ds}{r}.$$

Si le rayon de Σ_0 est assez grand, la deuxième intégrale sera négligeable. Si maintenant le rayon de Σ'_0 est assez petit pour que M soit constant sur la sphère et égale à M_0, alors la troisième intégrale s'écrira

$$(3) \qquad -\frac{1}{4\pi} M_0 \wedge \int_{\Sigma'_0} n \frac{ds}{r} = 0.$$

Il ne reste plus à évaluer que la première des intégrales de l'équation (2).

Or,

$$\operatorname{rot} M = (\operatorname{rot} M)_0 + \sum (x - x_0)\left(\frac{\partial}{\partial x} \operatorname{rot} M\right) + \ldots.$$

Si nous négligeons les termes en $\sum (x - x_0)[(\partial/\partial x)(\operatorname{rot} M)] + \ldots$ du développement de Taylor de rot M au voisinage de M_0, nous obtenons

$$(4) \qquad \mathbf{A} = (\operatorname{rot} M)_0 \int \frac{dv}{r} = 2\pi(R_0^2 - R_0'^2)(\operatorname{rot} M)_0.$$

où R_0 et R'_0 sont les rayons des sphères Σ_0 et Σ'_0. Nous supposerons maintenant R_0 et R'_0 indépendants du point M_0, c'est-à-dire : $2\pi(R_0^2 - R_0'^2) = \omega = \text{const.}$

De ce que $A = \omega \operatorname{rot} M$, on déduit :

$$(5) \qquad B_2 = \operatorname{rot}(\omega \operatorname{rot} M) = \omega \operatorname{rot}(\operatorname{rot} M),$$

d'où

$$(6) \qquad B_2 = \omega \operatorname{grad}(\operatorname{div} M) - \omega \Delta M.$$

Mais, $\operatorname{div} B = 0$ entraîne que : $\operatorname{div}(B_1 + B_2) = \operatorname{div}[(2/3) M + \operatorname{rot} A] = 0$, soit évidemment :

(7) $$\operatorname{div} M = 0,$$

l'équation (6) s'écrit alors :

$$B_2 = -\omega \Delta M \qquad \text{et} \qquad B = \frac{2}{3} M\, dv - \omega \Delta M.$$

L'énergie d'interaction s'écrit alors :

(8) $$= \vec{B} . \vec{M}\, dv = \left(-\frac{2}{3} M . M\, dv + \omega M \Delta M \right) dv,$$

où dv est l'élément de volume, petit, d'un doublet M_i. Mais, le terme $(2/3) M . M\, dv$ correspond à la self-énergie du doublet M_i et n'exerce donc aucune action orientante sur lui. Nous pourrons par conséquent ne pas tenir compte de ce terme lorsque nous voudrons écrire les équations du mouvement d'un système de doublets de position fixe.

Applications aux théories phénoménologiques du ferromagnétisme. — La théorie des ondes de spin de Herring et Kittel ([4]) a pour but l'étude d'ondes se propageant au sein des milieux ferromagnétiques, ces ondes provenant du mouvement de chaque doublet magnétique (appelé ici spin) autour de sa position d'équilibre. On admet, phénoménologiquement, dans cette théorie, que l'énergie d'interaction entre doublets voisins est

$$\frac{A}{M^2} |\operatorname{grad} M|^2 = \frac{A}{M^2} (\partial_i M_j)(\partial^i M^j).$$

Si, comme il est possible de le supposer, M^2 est constant, on aura, pour l'énergie, l'expression $P(\partial_i M_j)(\partial^i M^j)$ où $P = (A/M^2)$. Le calcul précédent justifie cette hypothèse phénoménologique. En effet, puisque le lagrangien et l'hamiltonien du système sont liés par la relation $H = \Sigma p\dot{q} - L$, le terme $A(\partial_j M_i)(\partial^j M^i)$ devra figurer dans les équations de Lagrange du mouvement. Or, remarquons que

$$\frac{1}{2} \Delta (M^2) = \frac{1}{2} \partial^j \partial_j M^i M_i = (\partial_j M_i)(\partial^j M^i) + M_i \partial^j \partial_j M^i,$$

mais, le terme

$$\frac{1}{2} \Delta M^2 = \frac{1}{2} \partial_j (\partial^j M_i M^i) = \frac{1}{2} \operatorname{div}(\operatorname{grad}(M^2))$$

n'apporte aucune contribution aux équations du mouvement. On peut le vérifier directement sur les équations de Lagrange du mouvement, mais il est plus simple de voir que l'intégrale $\iiint \Delta(M^2)\, dv$, dont on doit prendre la variation est nulle, car égale au flux de $\operatorname{grad}(M^2)$ sur une surface que l'on peut supposer ne passer en aucun point du fluide de doublets.

Si donc nous supposons fixe la position des doublets magnétiques (mais non leur orientation), nous pouvons négliger le terme $[(2/3)M^2 dv^2]$ (qui d'ailleurs est du second ordre par rapport à $\omega M \Delta M dv$) dans les équations déduites précédemment ([8]).

Par suite, dans la théorie de Herring et Kittel, ou, plus généralement, dans une théorie faisant intervenir l'interaction de doublets magnétiques voisins, nous pourrons remplacer le lagrangien et l'hamiltonien de la théorie

$$H = H_1 - \omega\, dv\, M\, \Delta M, \qquad L = L_1 + \omega\, dv\, M\, \Delta M$$

par

$$H' = H_1 - \omega\, dv\, (\operatorname{grad} M)^2, \qquad L' = L_1 + \omega\, dv\, (\operatorname{grad} M)^2$$

qui fournissent les mêmes équations du mouvement pour une densité d'énergie différente.

([1]) Ce qui revient à assimiler le milieu à un fluide de toupies infiniment petites conformément aux modèles hydrodynamiques des équations d'ondes étudiées par divers auteurs dans le cadre de l'interprétation causale de la théorie des quanta.

([2]) E. Durand, *Électrostatique et Magnétostatique*, Masson, Paris, p. 521.

([3]) Le système d'unité utilisé est le système Giorgi rationalisé.

([4]) C. Herring et C. Kittel, *Phys. Rev.*, 81, 1951, p. 869.

(*Laboratoire des Théories physiques, Institut Henri Poincaré, Paris*).

ACOUSTIQUE. — *Propagation du son dans un vent variable.*

Note (*) de M. **Yves Rocard**, présentée par M. Francis Perrin.

L'existence d'un gradient, positif ou négatif, de vitesse du vent dans la direction de propagation d'une onde sonore entraîne une variation exponentiellement décroissante ou croissante de l'amplitude de cette onde.

Il est banal de noter qu'un bruit d'avion, par exemple, apparaît très fluctuant si l'avion est à quelque distance et s'il y a du vent. La vitesse du son se composant avec celle de l'air, on peut penser à des dérangements, dus au vent, dans la régularité des fronts d'onde, engendrant des focalisations et des défocalisations fugitives du son.

Nous allons toutefois mettre en évidence un autre effet, qui sans doute est le principal, et qui consiste en une variation de l'amplitude d'un son au cours de sa propagation, amplitude exponentiellement croissante ou décroissante selon que la vitesse du vent présente un gradient négatif ou positif dans le sens de la propagation.

Soit u, P, ρ la vitesse, la pression, la densité de l'air. L'indice 1 sera affecté aux quantités liées au son, l'indice 2 au vent, l'indice 0 à l'équilibre. Ainsi $u = u_1 + u_2$, $P = P_0 + P_1 + P_2$, $\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2$. Les quantités sonores se distinguent des autres en ce qu'elles varient à une pulsation sinusoïdale ω, et peuvent s'obtenir seules dans des récepteurs sélectifs.

Les équations hydrodynamiques et de continuité, en réduisant le problème à une dimension, sont

$$(1) \qquad \rho\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\rho}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x}+\frac{\partial P}{\partial x}=0, \qquad \frac{\partial \rho}{\partial t}+\rho\frac{\partial u}{\partial x}+u\frac{\partial \rho}{\partial x}=0.$$

On peut relier (P_1+P_2) à $(\rho_1+\rho_2)$ par l'équation adiabatique

$$(2) \qquad (P_1+P_2)=c^2(\rho_1+\rho_2) \qquad (c,\ \text{vitesse du son}).$$

On négligera les infiniment petits du second ordre, tels $u_1\rho_1$ ou u_1^2 en traitant le mouvement sonore comme petit, mais pas le vent. Avec ces remarques, les équations deviennent

$$(3) \qquad \begin{cases} \rho\dfrac{\partial u}{\partial t}+\rho u_2\dfrac{\partial u_1}{\partial x}+\rho u_1\dfrac{\partial u_2}{\partial x}+\dfrac{\partial P_1}{\partial x}+\dfrac{\partial P_2}{\partial x}+\dfrac{\rho}{2}\dfrac{\partial u_2^2}{\partial x}=0, \\ \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial P_1}{\partial t}+\dfrac{u_2}{c^2}\dfrac{\partial P_1}{\partial x}+\rho_0\dfrac{\partial u_1}{\partial x}+\dfrac{P_1}{c^2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}+\rho\dfrac{\partial u_2}{\partial x}+\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial P_2}{\partial t}-\dfrac{P_1}{c^2}\dfrac{\partial u_2}{\partial x}+\dfrac{u_2}{c^2}\dfrac{\partial P_2}{\partial x}=0. \end{cases}$$

L'ensemble des termes linéaires en u_1 et P_1 est à annuler séparément dans ces deux équations, et donne les équations de propagation du son en présence du vent. Le groupement $\partial/\partial t+u_2\,\partial/\partial x$ exprime simplement que la vitesse c se compose avec la vitesse u_2 du vent. On constate alors que nos deux équations acoustiques, si l'on accepte encore de négliger $\partial P_2/\partial x$ devant $\rho c\ (\partial u_2/\partial x)$, s'intègrent par

$$(5) \qquad \begin{cases} u_1=u_0\,e^{-f(x)}\sin\omega\left(t-\dfrac{x}{c'}\right), \\ P_1=\rho c u_0\,e^{-f(x)}\sin\omega\left(t-\dfrac{x}{c'}\right). \end{cases}$$

pourvu que $c'=e+u_2$ qui exprime l'entraînement du son par le vent, et que

$$(5) \qquad f'(x)=\frac{1}{c}\frac{\partial u_2}{\partial x}.$$

Autrement dit, la propagation acoustique dans un vent variable comporte des ondes sonores ordinaires mais à amplitude variable au cours de la propagation.

On voit que si la vitesse u_2 du vent, en un point, décroît dans le sens de la propagation, $\partial u_2/\partial x$ est négatif $-f'(x)$ est positif et $\exp\left[-\int f'(x)\,\partial x\right]$ devient supérieur à 1 et croît : l'amplitude sonore croît. Elle peut décroître plus loin, si $\partial u_2/\partial x$ s'y trouve positif.

A titre d'exemple, envisageons une propagation sonore sur une longueur L (quelques kilomètres), le long de laquelle on trouve N tourbillons, de largeur moyenne λ, distance sur laquelle u_2 passera de u_2 à $u_2\pm\Delta u_2$ ou l'inverse. $\partial u_2/\partial x$ vaudra $\Delta u_2/\lambda$, si Δu_2 est l'écart de u_2 à une valeur moyenne. La loi des

grands nombres veut que $\sqrt{N}$ tourbillons le plus souvent donnent des effets qui ne se compensent pas. Donc

$$e^{-f(x)} = e^{\pm\frac{1}{c}\frac{\Delta u_2}{\lambda}\sqrt{N}\lambda} = e^{\pm\frac{\Delta u_2\sqrt{N}}{c}}. \tag{6}$$

On doit donc s'attendre à une fluctuation relative de l'amplitude du son sur ce trajet, pouvant valoir

$$\frac{e^{+\frac{\Delta u_2\sqrt{N}}{c}}}{1} - \frac{e^{\frac{\Delta u_2\sqrt{N}}{c}}}{c} \sim \frac{2\sqrt{N}\,\Delta u_2}{c} \tag{7}$$

si cette quantité est encore notablement inférieure à 1. $N = 100$, $C = 330$ m/sec. $\Delta u_2 = 3$ m,30 donnerait ici 0,2 pour cette fluctuation relative.

Il semble qu'on puisse proposer, pour mesurer l'échelle de la turbulence de l'air, la méthode consistant à mesurer les fluctuations sonores et à appliquer la la dernière équation (6) ou (7).

(*) Séance du 25 février 1957.

MAGNÉTISME. — *Contribution à l'étude de la diffusion du carbone dans le fer.* Note (*) de M. **Pierre Brissonneau**, transmise par M. Louis Néel.

Dans un précédent travail, nous avons proposé une méthode pour déterminer les constantes de temps du traînage magnétique de diffusion. Son application fournit des résultats qui permettent de préciser les valeurs généralement admises. Les imperfections du réseau cristallin semblent directement responsables de la dispersion rencontrée.

Nous nous sommes initialement préoccupé de rechercher dans quelle mesure il était possible d'interpréter au moyen d'une seule constante de temps, ainsi que Snoek l'a proposé, le traînage magnétique de diffusion provoqué dans le fer par la présence d'atomes de carbone.

En partant d'un fer pur du commerce, nous avons préparé un échantillon de forme torique contenant du carbone en solution solide à la concentration pondérale $C = 4{,}6 \cdot 10^{-5} \pm 10\,\%$. Nous avons alors mesuré la désaccommodation de la perméabilité au moyen d'un galvanomètre balistique. Le champ H de mesure était appliqué un temps t après une désaimantation en champ alternatif décroissant. Nos résultats font l'objet du graphique ci-après où l'on a porté les courbes isochrones $B(H, t)$ obtenues à température constante $-27{,}3°$ C. Le phénomène de traînage est extrêmement spectaculaire malgré la faible quantité de carbone en jeu, puisque la perméabilité d'une telle substance varie d'un facteur 16 pour un champ de 50 mO., et ceci en des temps de l'ordre de quelques minutes à 0° C.

Les courbes $B(H, t)$, tracées à différentes températures, nous permettent de

déterminer les constantes de temps de diffusion du carbone selon une méthode qui a fait l'objet d'une Note précédente. La constante de temps moyenne θ_0 croît rapidement avec le déplacement des parois de Bloch, c'est-à-dire avec l'induction de référence B_0, et tend vers une limite pratiquement atteinte pour une induction égale à 20 gauss. Nos résultats sont consignés dans le tableau suivant :

	θ_0 (mn).		
B_0 (gauss).	— 21,3° C.	— 27,3° C.	— 33,8° C.
3,5	4,58	10,54	27,65
7	5,83	14,10	43,7
14	6,23	16,10	46,5
28	6,46	16,70	47,0
56	6,59	16,70	46,9

Cette variation paraît *à priori* surprenante. Nous l'avons toujours rencontrée, quelle que soit la concentration de la solution solide et la température de traînage. Le rôle des déplacements irréversibles ne nous semble pas à prendre en considération pour l'interpréter, car deux mesures à $B_0 = 355$ gauss et $B_0 = 56$ gauss, effectuées sur un autre échantillon, fournissent la même valeur pour θ_0.

L'approximation d'une répartition logarithmique des constantes de temps conduit à une dispersion voisine de 25 dans la plupart des cas et pratiquement jamais inférieure à 10.

Les limites du spectre ont été déterminées à $B_0 = 28$ gauss pour $1 - G(t/\theta_0) = 0,1$, et $B_0 = 3,5$ gauss pour $1 - G(t/\theta_0) = 0,9$. On trouve les valeurs suivantes :

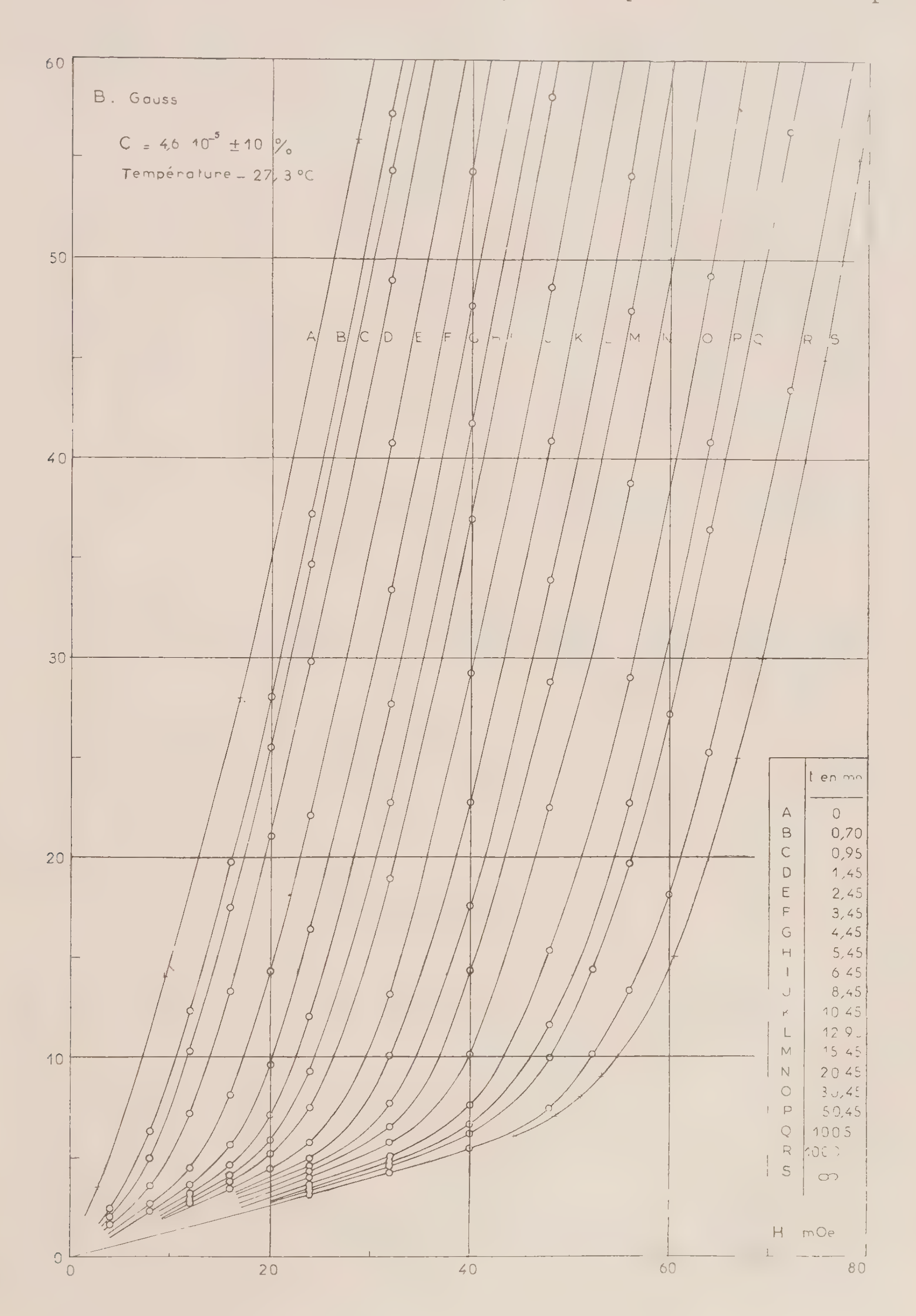
Température	—21,3° C.	—27,3° C.	—33,8° C.
θ_{min} (mn)	3,48	6,03	11,32
θ_{max} (mn)	268	918	3 394

L'énergie d'activation nécessaire pour passer d'une position défavorable à une position favorable s'obtient facilement d'après ces résultats. On vérifie que θ est bien de la forme $\theta = C e^{W_a/kT}$ d'où la température d'activation W_a/k :

	θ_{min}.	θ_0 ($B_0 = 3,5$ gauss).	θ_0 ($B_0 = 56$ gauss).	θ_{max}.
$\frac{W_a}{k}$ (°K)	5 675	8 650	9 460	12 230

La variation de θ_0 en fonction du déplacement moyen de la paroi apparaît faible par rapport à l'étendue complète du spectre. Nous l'interprétons de la façon suivante : à l'état désaimanté, la paroi se trouve au moins partiellement dans une région perturbée du réseau, où la diffusion est plus rapide que dans du « bon cristal ». Dès que l'on enregistre des variations d'induction de l'ordre de 20 gauss, toutes les parois ont quitté la zone perturbée et les constantes de temps restent globalement invariables. Nous avons montré dans un précé-

dent travail (¹) que toutes les parois se déplaçaient d'au moins leur propre épaisseur pour une variation d'induction égale à 2 000 gauss. Dans l'hypothèse des parois rigides, on en déduit que des déplacements mesurés pour



$B_0 = 20$ gauss sont au moins de l'ordre de 6 ou 7 distances interatomiques. Nous pensons que c'est l'ordre de grandeur du défaut de réseau qui fixe la paroi à l'état désaimanté.

Nos résultats sont à rapprocher de ceux de J.-L. Snoek (²). Sa méthode de détermination des constantes de temps concorde avec la nôtre dans la seule éventualité où la perméabilité initiale ne varie pas en fonction du champ de mesure. Le diagramme ci-joint montre que c'est pratiquement le cas pour des champs suffisamment faibles. Là où il trouvait une température d'activation $(W_a/k) = 8\,700^\circ$ K, nous avons obtenu la valeur $8\,650^\circ$ K. L'accord est excellent. Nous interprétons en outre le fait que la constante de temps obtenue par traînage mécanique soit supérieure ($9\,200^\circ$ K), car elle intéresse en moyenne une région moins perturbée du cristal.

En résumé, nos mesures confirment l'importance du traînage de diffusion provoqué par des traces de carbone dans du fer pur. Elles montrent que la dispersion des constantes de diffusion a très certainement une origine physique. Des résultats plus détaillés seront publiés ultérieurement.

(*) Séance du 25 février 1957.
(¹) P. Brissonneau, *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 346.
(²) *Physica*, 5, 1938, p. 663.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *L'effet Hall dans les lames minces de bismuth.* Note (*) de MM. **Antoine Colombani** et **Pierre Huet**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Nous avons indiqué dans quelles conditions de préparation les propriétés électriques des lames minces de bismuth donnaient lieu à des phénomènes stables et reproductibles (¹), (²). Nous présentons dans cette Note les premiers résultats expérimentaux concernant l'*action d'un champ magnétique sur ces couches : l'effet Hall*, obtenu dans le cas où le champ magnétique est perpendiculaire au courant et au plan de la lame (champ et courant continus).

Signalons d'abord, qu'*avant fusion des lames* de bismuth, l'effet Hall mesuré par la différence de potentiel entre sondes est faible, *rigoureusement proportionnel au champ et au courant. Mais pour des lames de même épaisseur il n'est jamais reproductible.*

Après recuit et fusion, l'effet Hall (mesuré à la température ambiante) est devenu important et parfaitement reproductible. Dans ces conditions, pour des champs allant jusqu'à 35 000 Oe et dans un domaine d'épaisseur compris entre 60 et 6 000 Å nous avons pu tracer les courbes reliant la *tension de Hall* U_H (en mV/mA) et la *constante de Hall* R_H (en cm³/Cb) à l'épaisseur (*fig.* 1 et 2).

L'examen de ces courbes montre que dans des champs forts (de l'ordre de 30 000 Oe), la courbe de la tension de Hall en fonction de l'épaisseur se rapproche de l'hyperbole équilatère.

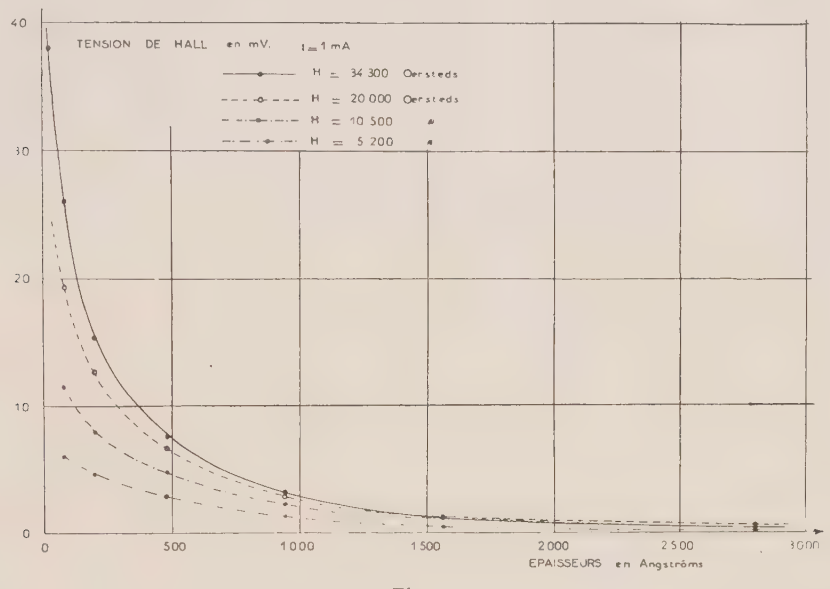


Fig. 1.

L'allure des courbes donnant le coefficient R_H présente, en fonction de l'épaisseur, une particularité intéressante : pour chaque valeur du champ

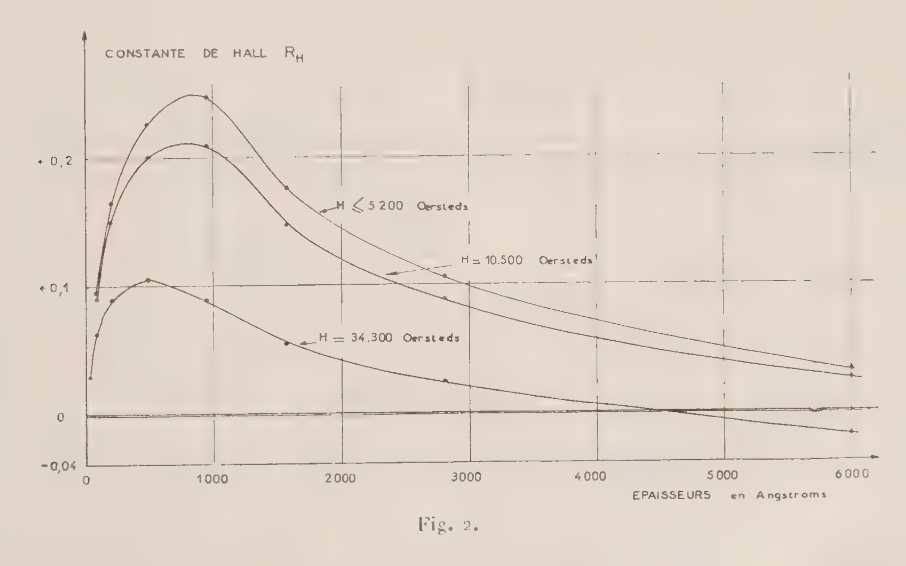


Fig. 2.

le coefficient R_H croît rapidement à partir des faibles épaisseurs, passe par un maximum et décroît. Le maximum de R_H est déplacé vers les faibles épaisseurs quand croît le champ magnétique. On constate également

que dans le domaine d'épaisseur inférieur à 200 Å (totalement semi-conducteur), la dérivée dR_H/de (e étant l'épaisseur) conserve sensiblement une même valeur finie et très grande quand le champ magnétique décroît.

Les tensions de Hall sont rigoureusement proportionnelles à l'intensité du courant quels que soient le champ magnétique et l'épaisseur de la lame. Leurs variations en fonction du champ pour différentes épaisseurs sont représentées par les figures 3 et 4. On observe d'abord une région de

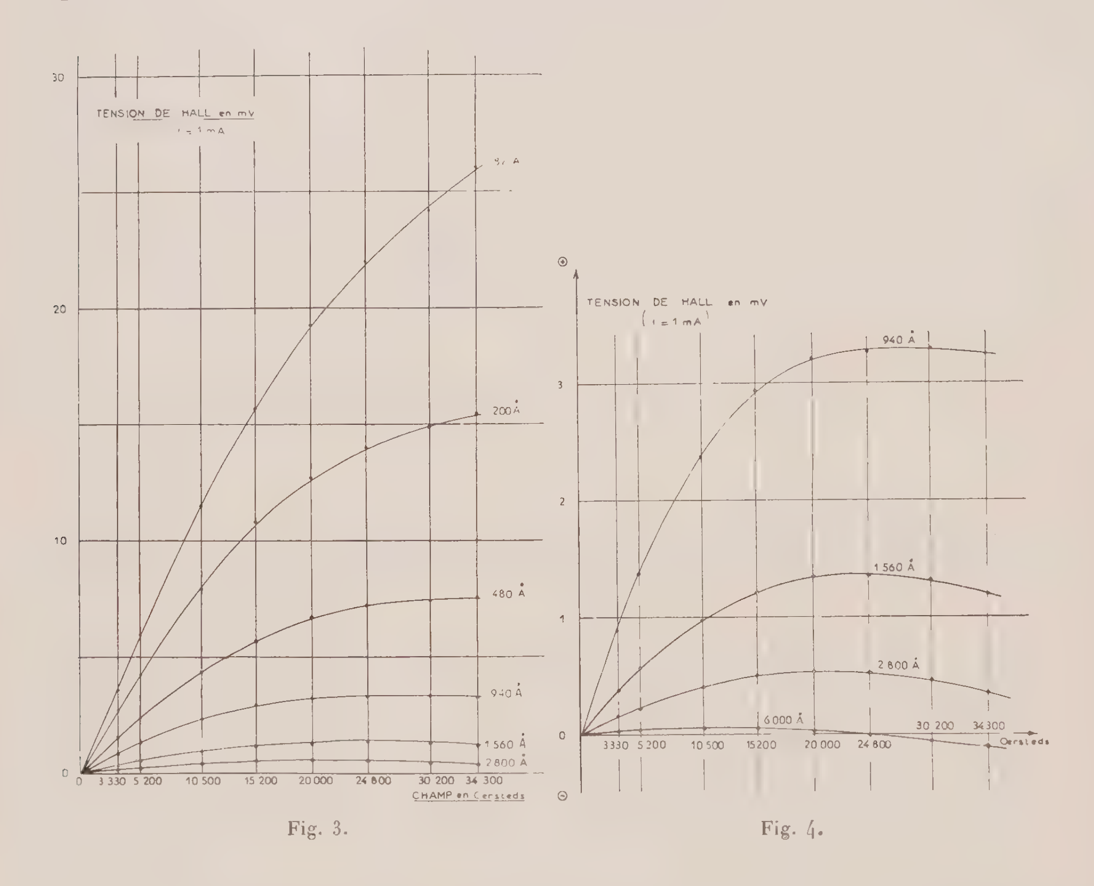


Fig. 3. Fig. 4.

proportionnalité au champ jusqu'à 5 000 Oe environ. La croissance du champ jusqu'à 34 300 Oe fait apparaître un maximum qu'on peut mettre en évidence sur les courbes entre 480 et 6 000 Å. Ce maximum se déplace vers les champs faibles lorsque croît l'épaisseur. Des champs supérieurs à 35 000 Oe permettraient de mettre en évidence le même phénomène pour des épaisseurs inférieures à 480 Å.

Une inversion de la tension de Hall conduisant à un effet Hall négatif apparaît pour 4 500 Å dans un champ de 34 300 Oe et pour 6 000 Å dans un champ de 25 000 Oe. L'allure des courbes montre bien que l'inversion pourrait être obtenue pour toutes les épaisseurs dans un champ d'autant plus fort que les couches sont plus minces. La fusion, en faisant apparaître

un caractère métallique ([1]), ([2]), est responsable de cette inversion. Les courbes de tension de Hall en fonction du champ qui étaient des droites avant recuit, présentent après recuit une concavité négative puis un maximum et une inversion de signe. Ceci montre l'*apparition d'une conductibilité électronique se superposant à la conductibilité par trous* en finissant par prédominer à partir de l'inversion.

Enfin, signalons que dans une gamme d'épaisseurs comprise entre 4 000 et 8 000 Å, il est possible de recuire et de fondre les lames sans les placer au préalable entre couches d'oxyde de bismuth. L'allure des différentes courbes de Hall est alors *la même que précédemment*.

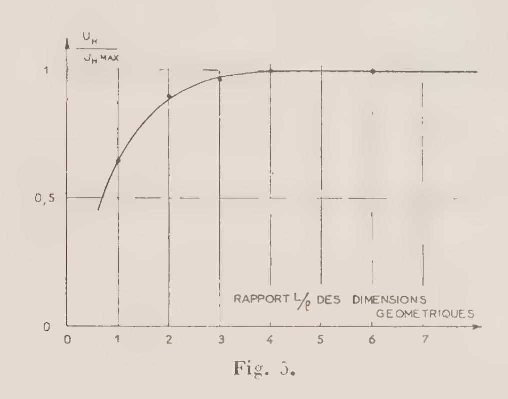


Fig. 5.

Signalons d'autre part que nous avons, pour nos mesures, utilisé des courants suffisamment faibles pour éliminer tout gradient de température susceptible de donner lieu à des phénomènes parasites; et que le rapport des dimensions longueur/largeur de nos couches a été étudié afin d'obtenir le maximum d'effet Hall. La valeur 3 que nous avons utilisée pour ce rapport nous a permis d'atteindre 96 % de la valeur théorique correspondant au conducteur infini (*fig.* 5).

(*) Séance du 25 février 1957.

([1]) *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 755.

([2]) *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 865.

OPTIQUE. — *Sur les facteurs de réflexion de lames minces d'argent préparées par vaporisation thermique lente.* Note de MM. **Marcel Perrot** et **Jean Tortosa**, présentée par M. Gustave Ribaud.

Dans le domaine d'épaisseur pour lequel les lames d'argent sont lacunaires, les résultats obtenus sont très variables d'un auteur à l'autre. Les propriétés d'une lame d'« épaisseur équivalente » e donnée sont influencées par certains facteurs qui dépendent, les uns des conditions de préparation (θ, débit de la

projection; p, pression des gaz; N, nature et T, température du support, etc.) les autres, des conditions de l'expérience (t, temps d'évolution; C, champs extérieurs, etc.).

Si l'on désire déduire des propriétés étudiées certaines constantes physiques, il est indispensable de mesurer ces propriétés sous le meilleur vide possible et en tout cas de fixer de façon bien définie les conditions de préparation et de mesure.

Dans le cadre des expériences que nous poursuivons depuis plusieurs années ([1]), ([2]), ([3]), ([4]) et destinées à déterminer les variations des propriétés des lames minces sous l'influence des paramètres précités, nous résumons ici les résultats obtenus, dans certaines conditions, pour les facteurs de réflexion des lames très minces d'argent. Nous comparons ces résultats à ceux qui ont été obtenus par d'autres auteurs, dans d'autres conditions.

Conditions de préparation et d'étude des lames. — Utilisant une technique déjà décrite ([3]), ([4]), nous avons d'abord étudié sous vide, les variations du facteur de réflexion $\mathcal{R}'$, côté support de lames minces d'argent au cours de leur préparation par vaporisation thermique lente ($p = 5.10^{-6}$ mm Hg, $\theta = 20$ mμ/h, N support prismatique en verre nettoyé chimiquement; T, température ambiante).

Le métal à vaporiser est un échantillon à 99,9 % d'argent. Il est placé dans un creuset de silice chauffé extérieurement par un enroulement en fil de tungstène. L'ensemble est disposé dans une autre enveloppe de silice destinée à diminuer les pertes par rayonnement; un diaphragme placé au-dessus du creuset protège la lame support de ce rayonnement. On obtient un débit θ déterminé en maintenant constante la puissance électrique dissipée dans le fil de tungstène. On contrôle de plus la stabilité de la température du creuset en recevant une partie de la lumière émise sur une cellule photoélectrique.

Le jet moléculaire est effectué à une température peu supérieure au point de fusion de l'argent. On fait d'abord vaporiser l'argent, pendant 1 h sur un cache placé sous la lame prismatique. Ceci permet d'éliminer les impuretés provenant du début de la projection et de fixer θ à la valeur désirée.

Une lamelle couvre-objet de microscope est placée le plus près possible de la lame prismatique. Une étude préalable indique comment varient les épaisseurs du film métallique dans la région occupée par la lamelle couvre-objet et la lame prismatique. Le creuset qui se trouve à 22 cm au-dessous des lames est disposé de telle sorte que les films métalliques déposés sur la lamelle couvre-objet et la lame prismatique aient la même épaisseur moyenne. Les « épaisseurs équivalentes » de métal déposé sont fonction linéaire du temps. On les déduit à chaque instant de l'épaisseur finale de la lamelle couvre-objet en prenant pour densité celle du métal à l'état massif. Les facteurs de réflexion sont mesurés en fonction du temps pendant la projection, pour trois radiations du mercure (4358, 5461 et 5780 Å). Après l'arrêt de la vaporisation nous avons

mesuré l'évolution du facteur de réflexion $\mathcal{R}'$ en fonction du temps et pour différentes pressions ($p = 5.10^{-6}$, 5.10^{-3} et 760 mm Hg).

Résultats. — La figure 1 donne $\mathcal{R}' = f(e)$ pour les longueurs d'onde utilisées, dans un domaine d'épaisseur compris entre 0 et 22 mμ. Diverses expériences effectuées dans les mêmes conditions mais pour des épaisseurs finales plus faibles ont fourni des courbes très sensiblement superposables. L'évolution de

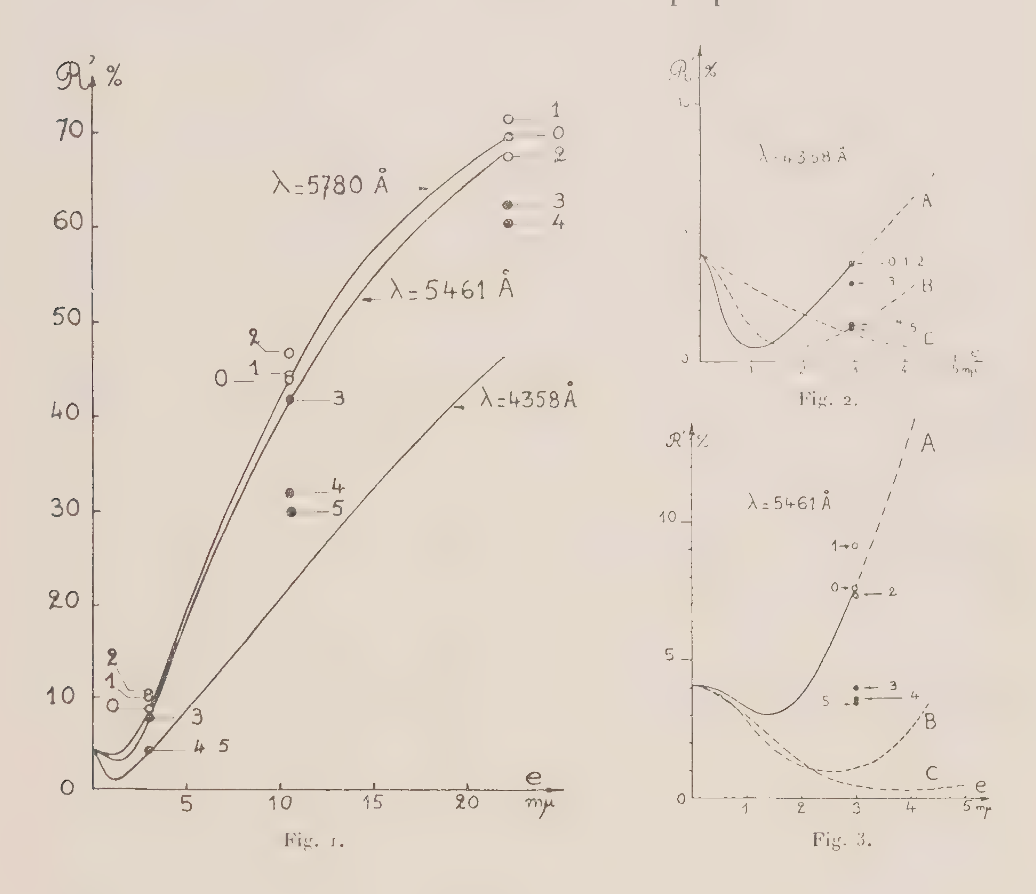


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

la lame sous vide ($p = 5.10^{-6}$ mm Hg) a été observée depuis l'arrêt de la projection (points 0) jusqu'à ce que la lame prenne une valeur pratiquement constante (40 mn : points 1). Les points 2 correspondent à la valeur limite atteinte par $\mathcal{R}'$ sous une pression de 5.10^{-3} mm/Hg ($t = 1$ h). La lame est ensuite placée sous une pression de 760 mm/Hg et $\mathcal{R}'$ mesuré en fonction du temps (2 h : points 3; 48 h : points 4; 72 h : points 5). Ces observations qui ont été faites pour les trois longueurs d'onde ne sont représentées que pour $\lambda = 5780$ Å, et les épaisseurs finales 3, 18 et 22 mμ.

Les figures 2 et 3 se rapportent à $\mathcal{R}' = f(e)$ pour $\lambda = 4358$ et 5461 Å. La courbe A est relative à une de nos expériences pour laquelle l'épaisseur finale est de 3 mμ. Les autres courbes se rapportent à des mesures effectuées dans l'air à température ordinaire sur des lames thermiques d'argent, préparées

par d'autres auteurs, dans des conditions différentes [courbe B : J. Trompette ([5]), $p = 10^{-5}$ mm Hg, $\theta = 2$ mμ/mn, N = quartz; courbe C : R. C. Faust ([6]), $p = 5.10^{-5}$ mm Hg, N = quartz, $\lambda = 4500$ Å].

Conclusion. — Dès le début de leur formation, sous vide, les lames minces évoluent à la fois par vieillissement spontané (réarrangement cristallin) et par adsorption des gaz ([1]). On sait que l'adsorption des gaz par les surfaces est d'autant moins importante que la pression est plus faible. En ce qui concerne les dépôts métalliques très minces, elle dépend beaucoup de l'état de propreté et de dégazage du support.

Des expériences du genre de celles que nous venons de décrire, on peut déduire que si l'on veut utilement confronter l'expérience à la théorie, il est indispensable :

1° de mesurer les facteurs optiques sous les pressions les plus basses possibles;

2° de laisser stabiliser les lames sous vide sur des supports très propres et bien dégazés.

Si l'on opère par projection thermique lente il faudra utiliser un débit θ le plus faible possible [une excellente méthode consiste encore à préparer à la fois des lames d'épaisseurs différentes ([5])].

Nous pensons, en tous cas, que les pointés effectués dans l'air en fonction du temps correspondent, en partie, à une évolution chimique de la lame, d'autant plus importante que l'épaisseur est plus faible.

Les conditions ci-dessus étant satisfaites on pourra alors essayer de déduire de l'expérience certaines constantes physiques et rechercher les raisons pour lesquelles les résultats peuvent encore varier avec d'autres paramètres, tels que θ, influençant la structure de la lame.

([1]) M. Perrot, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1629.
([2]) M. Perrot et S. Arcaix, *Comptes rendus*, **229**, 1949, p. 1139.
([3]) M. Perrot et J. P. David, *J. Phys. Rad.*, **17**, 1956, p. 194.
([4]) J. Tortosa, *Comptes rendus*, **243**, 1956, p. 2031.
([5]) J. Trompette, *J. Phys. Rad.*, **17**, 1956, p. 124.
([6]) R. C. Faust, *Phil. Mag.*, **41**, 1950, p. 1238.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'absorption de l'azote dans l'ultraviolet extrême.* Note (*) de Mlle **Nicole Astoin** et Mme **Janine Granier**, présentée par M. Eugène Darmois.

Le spectre d'absorption de l'azote gazeux a été étudié entre 150 et 1000 Å. On observe plusieurs spectres continus qui peuvent être attribués les uns à une ionisation, les autres à une dissociation.

La connaissance du spectre d'absorption de l'azote dans l'ultraviolet

extrême est particulièrement importante pour la compréhension des phénomènes physicochimiques des couches supérieures de l'atmosphère; aussi a-t-il déjà fait l'objet d'un certain nombre de travaux dans le domaine des longueurs d'onde inférieures à 1000 Å ([1]), ([2]), ([3]), ([4]).

Du point de vue quantitatif les premières mesures ont été faites par G.-L. Weissler, Po Lee et E.-I. Mohr ([5]) entre 1300 et 300 Å. Ces auteurs ont mis en évidence les absorptions continues dues aux deux premières ionisations, auxquelles se superposent des bandes non classées, particulièrement intenses vers 800 Å. K.-C. Clark ([6]) a donné les valeurs du coefficient d'absorption pour quelques longueurs d'onde entre 860 et 1026 Å et à 584 Å. J.-P. Curtis ([7]), utilisant une source continue, type Lyman, a fait des mesures entre 1000 et 150 Å.

Nous avons étudié le spectre d'absorption de N_2, dans des conditions expérimentales analogues à celles précédemment décrites ([8]). L'azote utilisé était de l'azote R contenant comme impuretés 6 p. p. m. de O_2 et 3 p. p. m. d'eau; nous le faisions passer dans un piège à azote liquide avant de l'admettre dans le spectrographe sous une pression de 2 à 6.10^{-2} mm Hg.

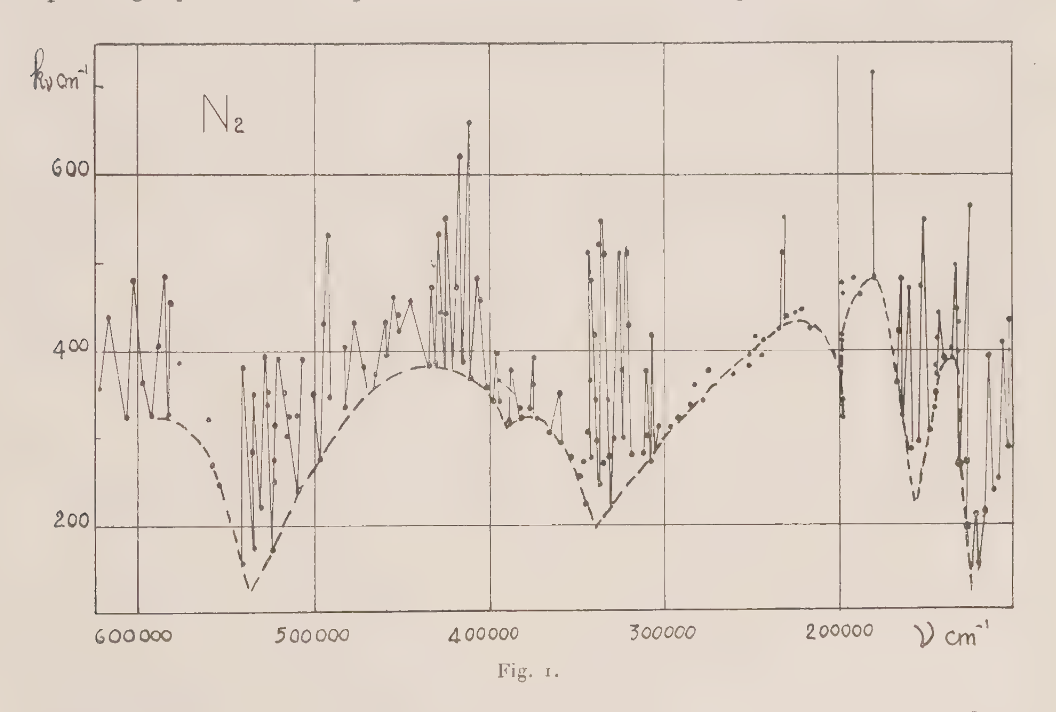


Fig. 1.

L'ensemble du spectre est représenté sur la figure 1, où l'on a porté k_ν en fonction de ν; le trait joignant les points de plus faible absorption donne, en première approximation, l'absorption continue; en raison de l'imprécision sur la détermination des pressions l'erreur maximum sur la valeur absolue des coefficients est évaluée à ± 20 %, celle sur les valeurs relatives étant beaucoup plus faible.

L'absorption continue qui débute à 127 000 cm^{-1} (15,7 eV) correspond au premier potentiel d'ionisation de la molécule, trouvé à 15,6 eV à partir de séries de Rydberg ([2]), ([3]) et entre 15,65 et 15,8 eV dans les expériences par impacts d'électrons ([9]).

La discontinuité à 152 000 cm^{-1} (18,9 eV) est due au passage par le second potentiel d'ionisation que l'étude des séries de Rydberg situe à 18,6 eV ([1]), ([3]).

Nous observons une seconde discontinuité vers 197 000 cm^{-1} soit 24,5 eV. La dissociation

$$N_2 \rightarrow N^+(^3S) + N(^3P)$$

si l'on adopte pour l'énergie de dissociation de N_2 la valeur 9,8 eV, met en jeu une énergie de 24,3 eV et peut donc rendre compte de cette absorption ; différents auteurs ([9]), ([10]) signalent du reste l'apparition d'ions N^+ à 24,5, 24,27 et 24,3 eV ; mais cette discontinuité peut être également attribuée à une ionisation, l'état $C^2\Sigma^-$ de N_2^+ se trouvant à 23,6 eV ([4]).

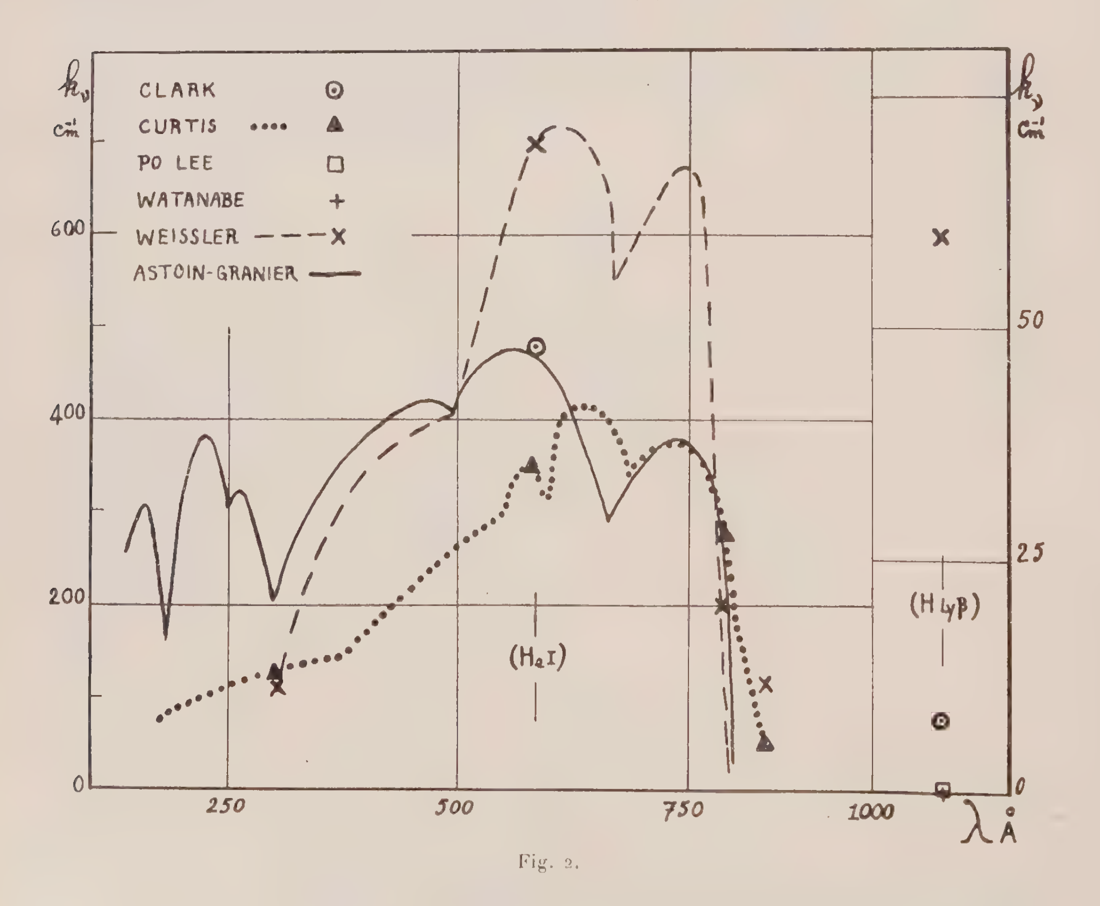


Fig. 2.

L'absorption continue qui commence à 340 000 cm^{-1} (42 eV) peut être attribuée à la dissociation

$$N_2 \rightarrow N(^2P) + N^+(^3P)$$

qui demande une énergie de 41,3 eV. Nous devons pourtant signaler que Vaughan [10] émet l'hypothèse de la formation d'ions N_2^{++} à 40 ± 1 eV.

Une discontinuité peu accentuée à 390 000 cm^{-1} (48,5 eV) correspond probablement à la formation d'ions N_2^{++}, ceux-ci ayant été mis en évidence à 47 ± 1 eV ou $49{,}5 \pm 1$ eV selon les auteurs [9], [10].

Enfin une dernière absorption continue débute vers 530 000 cm^{-1} (66 eV). Hagstrum et Tate [9] voient apparaître des ions N^{++} à 64 ± 2 eV ; le processus mis en jeu dans l'absorption est probablement :

$$N_2 \rightarrow N(^2P) + N^{++}(^4P).$$

Sur la figure 2 nous avons porté à titre de comparaison les résultats publiés par quelques auteurs [5], [6], [7], [11], [12] et nous-mêmes pour l'absorption continue seule. La courbe obtenue par Weissler a, dans la région commune, sensiblement la même allure que la nôtre, mais avec des valeurs nettement plus élevées pour les longueurs d'onde supérieures à 500 Å. Les valeurs de Curtis, au contraire, du même ordre de grandeur que les nôtres vers les grandes longueurs d'onde, sont beaucoup plus faibles à partir de 600 Å. Les valeurs données par Clark pour l'absorption par N_2 des raies 584,4 Å de HeI et 1025 Å de HI et par Po Lee ou Watanabe pour cette dernière raie, communes à leurs spectres d'émission et à celui de Weissler, sont beaucoup plus faibles que celles données par ce dernier. En fait, il est très difficile de comparer des résultats obtenus par des méthodes expérimentales différentes, l'existence de bandes diffuses, des effets de pression, la largeur de la fente dans les dispositifs monochromateurs à récepteurs photoélectriques, etc., pouvant amener de grandes variations dans les résultats sans qu'il soit possible de déterminer avec précision une correction.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) J. J. Hopfield, *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 789.

(2) R. E. Worley et F. A. Jenkins, *Phys. Rev.*, 54, 1938, p. 305.

(3) Y. Tanaka et T. Takamine, *Sc. Pap. I. P. C. R.*, 39, 1942, p. 423.

(4) R. B. Setlow, *Phys. Rev.*, 74, 1948, p. 153.

(5) *J. Opt. Soc.*, 42, 1952, p. 84.

(6) *Phys. Rev.*, 87, 1952, p. 271.

(7) *Phys. Rev.*, 94, 1954, p. 908.

(8) N. Astoin et J. Granier, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1736.

(9) H. D. Hagstrum et J. T. Tate, *Phys. Rev.*, 59, 1941, p. 354.

(10) A. L. Vaughan, *Phys. Rev.*, 38, 1931, p. 1687.

(11) Po Lee, *J. Opt. Soc.*, 45, 1955, p. 703.

(12) K. Watanabe et F. F. Marmo, *J. Chem. Phys*,, 25, 1956, p. 965.

DIFFUSION RAYLEIGH. — *Étude de la diffusion Rayleigh par la benzophénone surfondue.* Note (*) de M[lles] **Lucienne Taurel** et **Bernadette Launay**, présentée par M. Jean Cabannes.

La diffusion Rayleigh par la benzophénone surfondue a déjà été étudiée par W. T. Richards et P. M. Harris (¹). Les conclusions de ces auteurs sont qu'on n'observe aucune variation d'intensité de la lumière diffusée entre 14 et 50°C; les résultats ne dépendraient pas du cristal à partir duquel on réalise le liquide.

Nous nous proposons de montrer que les faits sont plus complexes. Nous rappellerons qu'à l'état cristallisé la benzophénone peut exister sous deux formes cristallographiquement connues : 1 ou α (F 48°C); 3 ou β(F 28°C). Il existerait d'autre part, une forme 2 obtenue en refroidissant le liquide surfondu de —30 à —70°C. Cette forme se transformerait en 1 par chauffage à 45°C.

Afin d'obtenir un produit aussi pur que possible, nous avons commencé par réaliser un monocristal de la forme α, et nous avons distillé plusieurs fois dans un ballon de Daure le produit obtenu. On obtient alors un liquide exempt de poussières qui reste facilement surfondu.

Nous avons étudié la diffusion de la lumière par ce liquide en opérant en lumière polarisée pour les longueurs d'onde : 5 780, 5 460, 4 358 Å. Nous avons comparé les flux lumineux diffusés au flux total Φ_B diffusé par un même volume de benzène maintenu à 14°C. Les flux diffusés par la benzophénone sont affectés de deux indices : le premier caractérise le vecteur lumineux incident; le second le vecteur lumineux diffusé (I représente un vecteur lumineux perpendiculaire au plan de diffusion, *i* un vecteur situé dans le plan de diffusion).

Dans certains cas, les quatre composantes de la lumière diffusée suivent la loi « en $(1/\lambda)^4$ ». Dans d'autres cas, la composante Φ_{II} s'en écarte fortement; la composante Φ_{ii} est alors plus importante que $\Phi_{Ii} = \Phi_{iI}$. Ces deux faits caractérisent l'existence dans le liquide de grosses particules dont l'indice diffère de celui du liquide. Nous avons pu établir les faits suivants :

1° Quelle que soit son origine, le liquide obtenu chauffé assez longtemps à 53° C, fournit des associations moléculaires qui diffusent en $1/\lambda^4$; l'intensité de la lumière diffusée est alors constante entre 14 et 53° C; les valeurs relatives des flux lumineux diffusés sont indiquées dans le tableau :

Rapport entre les flux lumineux diffusés par la benzophénone (préalablement chauffée à 53° C) et le benzène.

λ (Å).....	5 780.	5 460.	4 358.
$\frac{\Phi_{II}}{\Phi_B}$	1,23 ± 0,02	1,23 ± 0,02	1,23 ± 0,02
$\frac{\Phi_{II}}{\Phi_B} = \frac{\Phi_{Ii}}{\Phi_B} = \frac{\Phi_{ii}}{\Phi_B}$	0,54 ± 0,02	0,55 ± 0,02	0,57 ± 0,02

Lorsque les conditions précédentes ont été réalisées (ce sont vraisemblablement celles dans lesquelles Richards et Harris se sont placés), il est nécessaire de refroidir au moins à — 30° C le liquide pour le faire cristalliser. On obtient alors la forme 2 qui se transforme en α par chauffage à 45° C.

2° Lorsque le liquide est obtenu par fusion de la forme β et qu'on se place à quelques degrés au-dessus du point de fusion du cristal (F 28° C) on obtient de gros édifices, que nous appellerons B. Ces édifices subsistent quelques heures lorsqu'on refroidit le liquide à 14° C, puis ils disparaissent partiellement au cours du temps; il en est de même lorsque le liquide est porté à une température comprise entre 28 et 48° C; la disparition est totale au-dessus de 48° C.

Un tel liquide, porté à une température comprise entre 28 et 48° C, fournit par refroidissement énergique un mélange de formes β et 2. Lorsqu'il est porté à une température supérieure à 48° C, il fournit uniquement la forme 2, comme nous l'avons vu antérieurement.

3° Lorsque le liquide est obtenu par fusion de la forme α et porté à une température très voisine du point de fusion du cristal (F 48° C), on obtient encore de gros édifices que nous appellerons A. La surfusion du liquide est alors faible; il cristallise dès qu'on le refroidit légèrement au-dessous de 48° C, en fournissant la forme α.

Lorsque le liquide est porté à 53° C les édifices A disparaissent et l'on est ramené au cas examiné en 1.

4° Le liquide obtenu par distillation contient des édifices B.

Des mesures de variation d'intensité de la lumière diffusée en fonction de l'angle de diffusion doivent permettre d'obtenir l'ordre de grandeur des édifices qui se forment lors des phénomènes précédents.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) *J. Amer. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 3 799-3 810.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Diffusion dans la source et corrélations angulaires.* Note (*) de M. **Jean Berthier**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous étudions dans cette Note l'importance de deux effets produits sur les corrélations angulaires γ-γ, soit par l'absorption proprement dite, soit par la diffusion, dans la source elle-même.

Premier effet : Atténuation ou absorption proprement dite. — Nous supposons la source parfaitement centrée et symétrique autour de l'axe de rotation. Le détecteur mobile enregistre le même nombre de γ dans toutes les directions. L'absorption dans la source des couples de rayons γ en coïncidence diffère suivant leur angle. Le centre de gravité des couples de rayons γ se déplace à l'intérieur de la source lorsque l'angle défini par les deux détecteurs varie. Dans

le cas de la cascade du ^{60}Ni (1,17 — 1,33 MeV). on montre facilement que cet effet introduit une erreur inférieure au millième si le rayon de la source de cobalt est inférieur à 1,5 mm.

Deuxième effet : diffusion dans la source. — Certains γ réellement en coïncidence, mais faisant entre eux à l'émission un angle θ' différent de l'angle θ d'observation peuvent cependant être enregistrés simultanément par suite de la diffusion dans la source. On va donc calculer la correction qu'il faut apporter au rapport.

$$Y_{\text{exp}}(180^\circ) = \frac{W(180^\circ) - W(90^\circ)}{W(90^\circ)} = \frac{CV_{\text{exp}}(180^\circ) - CV_{\text{exp}}(90^\circ)}{CV_{\text{exp}}(90^\circ)}.$$

Nous ferons certaines hypothèses simplificatrices :

1° Source sphérique (rayon r);

2° Tous les γ seront supposés partir du centre de la sphère et avoir dans une direction quelconque $\bar{l}$ cm de matière à traverser, $\bar{l}$ étant l'épaisseur moyenne traversée par les γ partant dans une direction déterminée depuis les différents points de la sphère. On montre facilement que $\bar{l} = 3r/4$ (r en cm);

3° Les énergies des deux γ seront supposées égales à leur valeur moyenne : 1,25 MeV;

4° Nous n'envisageons que le cas d'une seule diffusion.

Notre dispositif de coïncidences était très simple : une seule voie rapide, $\tau = 2,26 \cdot 10^{-8}$ s, les coïncidences étant réalisées à la sortie de l'électrode collectrice des photomultiplicateurs par un sélecteur à diodes au germanium. Les détecteurs, sensibles aux deux γ, étaient protégés contre les β par 2 mm de Pb. Aussi dans les calculs qui vont suivre, avons-nous tenu compte non seulement de l'efficacité variable des cristaux pour les γ diffusés, mais également de leur absorption variable dans le Pb.

Théoriquement quatre sortes de coïncidences peuvent être enregistrées :

Coïncidences CV(1) entre γ et γ', tous deux non diffusés;

« CV(2) entre γ diffusé et γ' non diffusé;

« CV(3) entre γ non diffusé et γ' diffusé;

« CV(4) entre γ et γ', tous deux diffusés.

On voit facilement que CV(4) est négligeable et que dans notre hypothèse $(E_\gamma = E_{\gamma'})$: CV(2) = CV(3).

De plus,

$$CV(1) = 2N\left(\frac{\Omega}{4\pi}\right)^2 (1-P)^2 \varepsilon_0^2 \, W(0) \, e^{-2\mu_0 r},$$

où

N, nombre de désintégrations par seconde;

P, probabilité totale pour un γ d'être diffusé dans une direction quelconque;

ε_0, probabilité pour un γ non diffusé d'être enregistré;

μ_0, coefficient linéaire d'absorption dans le plomb relatif aux γ non diffusés.

De même

$$CV(2) = 2N\left(\frac{\Omega}{4\pi}\right)^2 (1-P)\,\varepsilon_0 \frac{3}{4} r\rho e^{-\mu_0 x} \int W(\alpha) f(\beta)\,\varepsilon(\beta)\, e^{-\mu_\beta x}\, d\Omega\,(\alpha, \varphi),$$

où

α et φ sont la colatitude et l'azimuth par rapport à la direction Oz du détecteur fixe, de la direction initiale du γ ;

β, angle de diffusion ;

$f(\beta)$, la section efficace différentielle Compton par unité d'angle solide ;

$\varepsilon(\beta)$, efficacité du cristal pour un γ d'énergie $E(\beta)$;

$\mu(\beta)$, coefficient linéaire d'absorption dans le plomb pour un tel γ.

$W(\theta)$ et $W(\alpha)$ sont les fonctions de corrélation telles que

$$\int W(\theta)\frac{d\Omega}{4\pi} = \int W(\alpha)\frac{d\Omega}{4\pi} = 1.$$

On utilise habituellement la fonction de corrélation suivante :

$$W_{C1}(\theta) = 1 + a_2 \cos^2\theta + a_4 \cos^4\theta = \lambda W(\theta) \qquad \text{où} \quad \lambda = 1{,}05 \text{ pour le } {}^{60}\text{Ni}.$$

Dès lors, si nous supposons que $\varepsilon(\beta)/\varepsilon_0 = \sigma_T(\beta)/[\sigma_T(1{,}25\text{ MeV})]$ c'est-à-dire que les efficacités des cristaux sont proportionnelles aux sections efficaces totales d'absorption des cristaux de NaI, nous obtenons pour les coïncidences totales enregistrées :

$$\underset{\text{total}}{CV}(\theta) = 2N\left(\frac{\Omega}{4\pi}\right)^2 (1-P)^2 e^{-2\mu_0 x} \frac{\varepsilon_0}{\lambda}\left[W_{C1}(\theta) + \frac{3r\rho}{2(1-P)}\frac{e^{\mu_0 r}}{\sigma_T(1{,}25)} I(\theta)\right]$$

avec

$$I(\theta) = \int W_C(\alpha) f(\beta)\,\sigma_T(\beta)\, e^{-\mu_\beta x} \sin\alpha\, d\alpha\, d\varphi.$$

On en déduit alors

$$Y_{th}(180^\circ) = Y_{exp}(180^\circ)[1 + KI(90^\circ)] - K[I(180^\circ) - I(90^\circ)]$$

où

$$K = \frac{3r}{2}\frac{\rho}{1-P}\frac{e^{\mu_0 x}}{\sigma_T(1{,}25\text{ MeV})} = \frac{2{,}29\,r}{1-0{,}347\,r}10^{23},$$

r étant le rayon de la source en centimètres.

Une fois calculées graphiquement les intégrales $I(180^\circ)$ et $I(90^\circ)$, on obtient

$$Y_{th}(180) = Y_{exp}(180)\left[1 + \frac{0{,}942\,r}{1-0{,}347\,r}\right] - \frac{0{,}0165\,r}{1-0{,}347\,r}.$$

Dès lors :

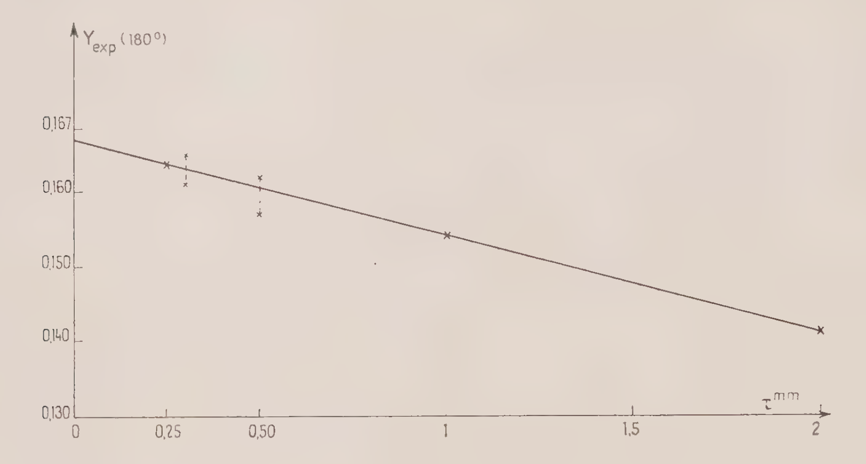
pour $r = 0{,}25$ mm : $Y_{th} = Y_{exp}[1 + 0{,}024] + 0{,}0004$ et $Y_{exp}(180^\circ) = 0{,}1631$;

» $r = 0{,}50$ mm : $Y_{th} = Y_{exp}[1 + 0{,}048] - 0{,}0008$ et $Y_{exp}(180^\circ) = 0{,}1603$;

» $r = 1$ mm : $Y_{th} = Y_{exp}[1 + 0{,}098] - 0{,}0017$ et $Y_{exp}(180^\circ) = 0.1535$;

» $r = 2$ mm : $Y_{th} = Y_{exp}[1 + 0{,}202] - 0{,}0035$ et $Y_{exp}(180^\circ) = 0{,}1418$.

La figure ci-dessous donne les variations de $Y_{exp}(180^\circ)$ en fonction du rayon de la source.



Nous avons vérifié expérimentalement ces formules par deux séries d'expériences :

1° $r = 0,30$ mm. — $Y_{exp}(180^\circ) = 0,1632$; précision statistique sur $W(180^\circ)$ 1,5 °/₀₀ alors

$$Y_{th}(180^\circ) = 0,1673, \qquad \text{et} \qquad 1,1657 < W(180^\circ) < 1,1689.$$

2° $r = 0,5$ mm. — $Y_{exp}(180^\circ) = 0,159$; précision statistique sur $W(180^\circ)$ 1,9 °/₀₀ alors

$$Y_{th}(180^\circ) = 0,1658 \qquad \text{et} \qquad 1,1636 < W(180^\circ) < 1,168.$$

On voit donc que, dès que l'on a une source dont le rayon est supérieur à 3/10ᵉ de millimètre, il est important de tenir compte de cet effet de diffusion dans la source elle-même.

(*) Séance du 25 février 1957.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Détermination de l'énergie disponible pour la désintégration β⁺ de l'isomère à vie longue du technétium* 95. Note (*) de Mmes **Christiane Lévi** et **Lily Papineau**, présentée par M. Francis Perrin.

Le seuil $^{95}Mo\ (p, n)^{95}Tc$ a été redéterminé et trouvé égal à $2,47 \pm 0,03$ MeV ce qui correspond à une énergie disponible pour les β^+ de ^{95}Tc (60 j) de 710 ± 30 keV. Un seuil observé à $3,19 \pm 0,03$ MeV correspond à un niveau excité de ^{95}Tc.

Le schéma admis pour la désintégration de ^{95}Tc (60 j) est celui de la figure 1 [1]. Cette désintégration présente un faible embranchement β^+ attribué à une transition entre l'état isomère de ^{95}Tc (p 1/2) et l'état fondamental

de ^{95}Mo ($d\,5/2$); cette dernière valeur de spin a été mesurée. On serait donc en présence d'une transition $\Delta I = 2$ oui.

L'énergie maximum des β^+ a été mesurée à la chambre de Wilson par Halter et trouvée égale à 400 keV ([1]). D'autre part, plusieurs auteurs ont signalé l'incohérence entre la valeur de *ft* calculée à partir de ces données et celle

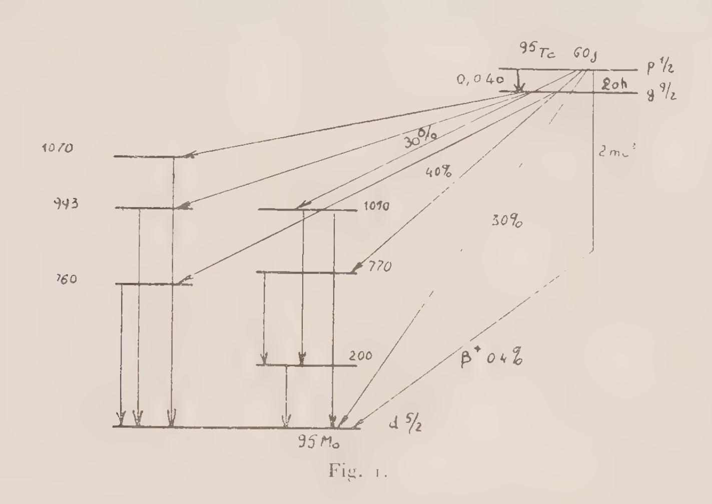


Fig. 1.

attendue pour une transition $\Delta I = 2$ oui. Goldhaber et Hill ([2]) signalent que l'accord serait meilleur si le rayonnement β^+ arrivait au niveau à 200 keV. Mais, même en tenant compte de cette hypothèse, l'énergie β^+ de 400 keV est incompatible avec la valeur $3{,}6 \pm 0{,}3$ MeV du seuil ^{95}Mo (p, n) ^{95}Tc mesuré par Blaser et al. ([3]) par la méthode d'activation de feuilles superposées.

Dans le cadre d'une étude des niveaux excités de ^{95}Mo, il nous a paru nécessaire de redéterminer l'énergie disponible pour la désintégration β^+ de ^{95}Tc. Nos sources étant peu intenses, nous n'avons pas pu faire une mesure directe de l'énergie des β^+. Nous avons été amenées à redéterminer le seuil de ^{95}Mo(p, n)^{95}Tc. Soit E_p l'énergie des protons correspondant à ce seuil, l'énergie maxima E_0 des β^+ émis sera alors

$$E_0 = E_p - 0{,}788 - 1{,}02 \text{ MeV}.$$

Nous avons étudié la réaction (p, n), par comptage des neutrons lents et par la méthode de Bonner de mesure du rapport neutrons lents/neutrons rapides. Nous avons utilisé une cible de ^{95}Mo déposé sur tantale. La séparation isotopique a été effectuée avec le séparateur de Saclay, utilisant la monochromation double ([4]). La mesure a été faite au Van de Graaff de Saclay. Le dispositif expérimental était analogue à celui décrit par V. Naggiar et al. ([5]).

Les résultats sont représentés sur la figure 2. Nous y voyons : un premier afflux de neutrons lents à une énergie $E_1 = 2{,}47 \pm 0{,}03$ MeV et deux autres à $E_2 = 2{,}82 \pm 0{,}05$ MeV et $E_3 = 3{,}19 \pm 0{,}03$ MeV.

Des mesures faites sur une cible de ^{96}Mo séparé par la même méthode n'ont montré aucun afflux de neutrons lents en dessous de $E_p = 3,7 \pm 0,1$ MeV, valeur du seuil ^{96}Mo(p, n)^{96}Tc, en accord avec celle de Blaser. Ainsi, aucun des seuils E_1, E_2 et E_3 ne peut être attribué à une impureté des isotopes voisins. Nous avons vérifié de même qu'aucun afflux de neutrons lents ne se produisait en bombardant une cible de Ta jusqu'à $E_p = 3,8$ MeV.

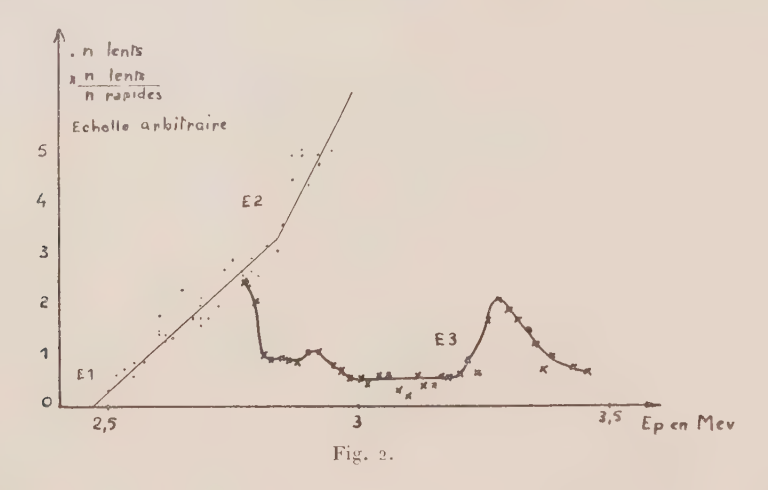


Fig. 2.

Nous avons pensé que le seuil $E_1 = 2,47 \pm 0,3$ MeV était celui de la formation de l'état fondamental de ^{95}Tc, les deux autres correspondant à des états excités. Pour le vérifier nous avons essayé de mettre en évidence l'apparition, à 3,19 MeV d'un rayonnement de $720 \pm \frac{60}{100}$ keV. En effet, aux erreurs expérimentales s'ajoute le fait que nous ne pouvons pas savoir si l'état excité se désexcite en allant au fondamental ou à l'isomère. Nous ne pouvons pas faire la même chose à l'énergie E_2, le rayonnement γ du tantale (300 keV) masquant tout autre phénomène à cette énergie.

Nous avons étudié le spectre γ pour différentes énergies des protons incidents. Les courbes obtenues sont représentées sur la figure 3 : à 3,2 MeV on voit apparaître un rayonnement γ de 630 ± 30 keV dont l'intensité croît rapidement avec l'énergie des protons. Nous avons vérifié que ce rayonnement n'était pas émis par une cible de Ta. Ce rayonnement γ pourrait être celui de 640 keV observé par E. Schalscha ([6]) dans la désintégration de ^{95}Ru. De même, le rayonnement γ de 350 keV signalé par Schalscha serait compatible avec un niveau excité à 350 ± 80 keV correspondant au faible afflux de neutrons lents que nous avons observé à 2,82 MeV.

De plus, des mesures d'activation faites à 2,6 MeV ont montré qu'à cette énergie du ^{95}Tc (20 h) était déjà formé. Le seuil de la réaction ^{95}Mo(p, n)^{95}Tc est donc $2,47 \pm 0,03$ MeV. Le seuil de 3,19 MeV correspondant au niveau excité de ^{95}Tc se manifeste par un afflux de neutrons lents plus important; c'est sans doute pour cela que Blaser et al. n'ont vu que celui-là.

On peut donc conclure que le seuil de $^{95}Mo(p, n)^{95}Tc^{\star}$ (60 j) est de 2,51 ± 0,03 MeV ce qui correspond à une énergie maxima des β^+ de $^{95}Tc^{\star}$(60 j) allant à l'état fondamental de ^{95}Mo, de 710 ± 30 keV. Dans le cas

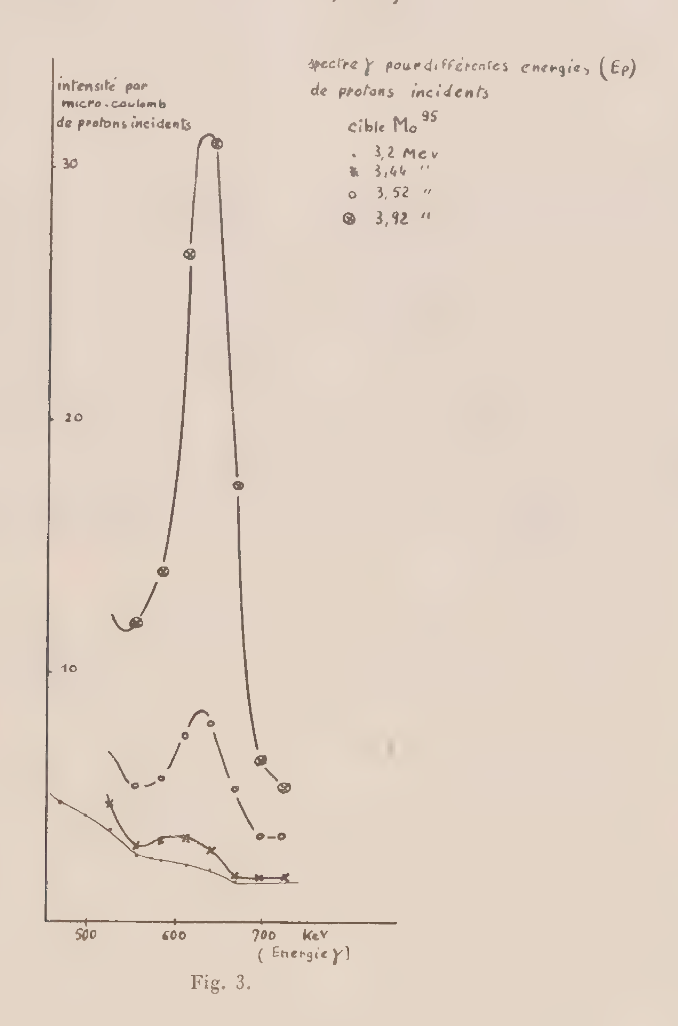


Fig. 3.

où le rayonnement β^+ aboutirait au niveau à 200 keV (7), cette valeur de l'énergie disponible n'est plus en contradiction flagrante avec l'énergie des β^+ mesurée par Halter.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) MEDICUS et al., *Helv. Phys. Acta.*, 23, 1950, p. 299.

(2) *Rev. Mod. Phys.*, 24, 1952, p. 179.

(3) *Helv. Phys. Acta.*, 24, 1951, p. 441.

(4) C. CASSIGNOL, *J. Phys. Rad.*, 17, 1956, p. 113 A.

(5) *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1443.

(6) *Nuclear Physics*, 1, 1956, p. 481.

(7) C. LEVI et L. PAPINEAU, (à paraître).

RAYONNEMENT COSMIQUE. — *Variations de l'intensité du rayonnement cosmique les 21, 22 et 23 janvier* 1957. Note de MM. **Jean-Pierre Legrand, Paul Chanson** et **Michel Bonpas**, présentée par M. André Danjon.

Un orage magnétique particulièrement intense a été observé, en France, les 21 et 22 janvier 1957 ainsi qu'une aurore boréale le 21 janvier, entre 20 h et 23 h (T. U.). Il est intéressant de noter la corrélation qui existe entre l'apparition de ces phénomènes et les mesures d'intensité du rayonnement cosmique au niveau de la mer au voisinage de Paris [longitude (Paris) 0° 4′ O, latitude 48° 49′ N].

Nous avons pu enregistrer cette intensité grâce à un télescope de rayons cosmiques qui était précisément installé, en marche continue, depuis le 17 janvier 1957.

Ce télescope — constitué par 15 compteurs G. M., montés en triple coïncidence — a un angle d'ouverture de 55° × 100°. Il était placé, sans aucun blindage, dans le plan du méridien et pointé vers l'équateur céleste.

L'enregistrement du nombre d'impulsions reçues se fait à l'aide d'une horloge imprimeuse, inscrivant l'heure toutes les 4 096 impulsions. En moyenne, on obtient ainsi un enregistrement toutes les 90 mn. On a donc une bonne précision sur les phénomènes à variations relativement lentes, mais les variations rapides sont difficilement visibles.

Les résultats obtenus ont été corrigés de l'effet barométrique et ramenés à la pression de 760 mm de mercure. Le coefficient de correction déterminé sur 30 jours de mesure continue est égal à 2,3 % par centimètre de mercure

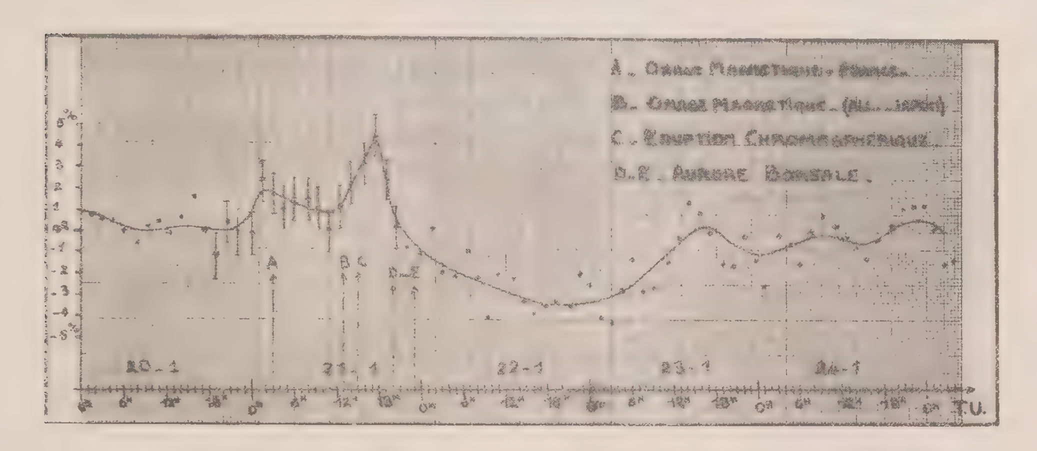
Notre télescope accusa d'abord un léger accroissement de l'intensité de 2,4 % le 21 janvier à 1 h 30 m ± 45 m (T. U.), puis un maximum de 4,6 % à 17 h 30 m ± 45 m (T. U.). Ce maximum fut suivi d'une baisse rapide, puis d'une baisse lente dont le minimum de 3,4 % se produisit le 22 janvier entre 15 h et 21 h (T. U.), soit au total une variation de 8 % (figure 1). L'intensité reprit sa valeur moyenne le 23 janvier, vers 12 h (T. U.).

Un autre télescope de grande ouverture pointé au zénith et placé sous un écran de plomb de 11 cm d'épaisseur n'accusa aucune variation sensible. Il semble donc que la composante molle du rayonnement cosmique doit jouer un rôle prépondérant.

L'orage magnétique commença, en France, à 3 h (T. U.) avec un début lent et progressif; en Allemagne, à 12 h 55 m (T. U.) et au Japon à 12 h 56 m (T. U.) avec des débuts brusques ([1]). La station de Chambon-la-Forêt, en France ([2]), enregistra à 12 h 56 m (T. U.) un gros décrochement brusque. Le maximum d'agitation magnétique eut lieu dans la

nuit du 21 au 22, entre 20 h et 3 h (T. U.) et l'aurore boréale associée apparut, en France, entre 20 h et 23 h (T. U.) (3).

Il est à noter que le maximum d'intensité du rayonnement cosmique se produisit durant l'orage magnétique. Or, il est très rare de constater un tel phénomène (4), les orages étant toujours suivis d'une baisse d'intensité cosmique, baisse que nous constatons quelques temps plus tard.



Ceci nous laisse supposer que l'éruption chromosphérique (importance 2) signalée à 15 h 13 m (T. U.) par l'Observatoire de Schauinsland (Allemagne) (5), (6) soit à l'origine de ce renforcement de l'intensité du rayonnement cosmique.

En effet, dans le même temps, la station de Nederhorst-Dem-Berg, en Hollande (7), enregistrait :

1° une émission solaire sur 3 000 Mc/s à 15 h 10 m (T. U.), et sur 450 Mc/s à 15 h 12 m (T. U.);

2° un évanouissement radioélectrique d'importance faible à 15 h 10 m (T. U.) d'une durée de 30 mn;

3° un renforcement des parasites à 15 h 17 m (T. U.) durant 70 mn.

Ainsi, le temps séparant cette éruption du maximum d'intensité cosmique est de 2 h 20 m $\pm$ 45 m.

On sait que ces accroissements du rayonnement cosmique accompagnant une éruption chromosphérique sont très rares, mais permettent d'étayer la thèse d'une origine stellaire des rayons cosmiques.

On peut admettre, en effet, que cet accroissement momentané de l'intensité cosmique est dû à une émission solaire provoquée par l'effet accélérateur de grandes variations du champ magnétique d'une tache qui s'accompagne, par ailleurs, d'une éruption chromosphérique (8).

La connaissance précise du temps qui sépare l'apparition d'une éruption et le commencement de l'accroissement d'intensité cosmique est d'une grande importance pour connaître la trajectoire possible de rayons

cosmiques dans l'espace interplanétaire, comme l'ont montré P. Meyer, E. N. Parker et J. A. Simpson (9).

Malheureusement, les enregistrements que nous avons faits toutes les 4 096 impulsions ne permettent pas d'obtenir, avec précision, cet intervalle de temps.

(1) Renseignements communiqués par M. Delouf, Service des Ursigrammes au L. N. R.

(2) Renseignements communiqués par M. Selzer, Institut de Physique du Globe.

(3) Renseignements communiqués par Mme d'Azambuja, Observatoire de Meudon.

(4) A. Dauvillier, *Rayons cosmiques*, Dunod, Paris, p. 495.

(5) Renseignements communiqués par M. Delouf, Service des Ursigrammes au L. N. R.

(6) 30° et 40° longitude Ouest, 30° et 40° de latitude Sud 15 h 13 m (T. U), début de l'observation, durée 20 mn.

(7) Renseignements communiqués par M. Delouf, Service des Ursigrammes au L. N. R.

(8) R. Bureau et A. Dauvillier, *Ann. Géophys.*, 6, fasc. 2, 1950, p. 101.

(9) *Phys. Rev.*, 104, n° 3, novembre 1956, p. 768 à 783.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude comparative des systèmes histamine-nitrate d'argent et histamine-nitrate double d'argent et de thallium.* Note de Mlle **Simone Hatem**, présentée par M. Christian Champy.

Nous avons, dans une étude précédente, mis en évidence l'existence d'un complexe d'histamine-nitrate de thallium. Il nous a paru intéressant d'observer l'histamine avec les sels de thallium et d'argent réunis.

D'une part, nous avons vu que le nitrate d'argent se complexait avec l'histamine (1), (2); d'autre part, il a été établi que les nitrates de thallium et d'argent donnaient le composé moléculaire $(NO_3)_2\,TlAg$ (3), (4). Nous avons étudié le composé thallium-argent par la méthode des variations continues appliquée à l'absorption lumineuse. Les mélanges de nitrate de thallium et de nitrate d'argent en solutions équimoléculaires font bien apparaître le complexe déjà trouvé (3), (4).

L'étude des solutions non équimoléculaires donne pour la constante K de dissociation les chiffres suivants :

$$4,4.10^{-4},\quad 2,8.10^{-4},\quad 3,6.10^{-5},\quad 3,3.10^{-4},\quad 3,3.10^{-4}.$$

Il nous est donc permis de considérer le complexe comme non loin d'être parfait.

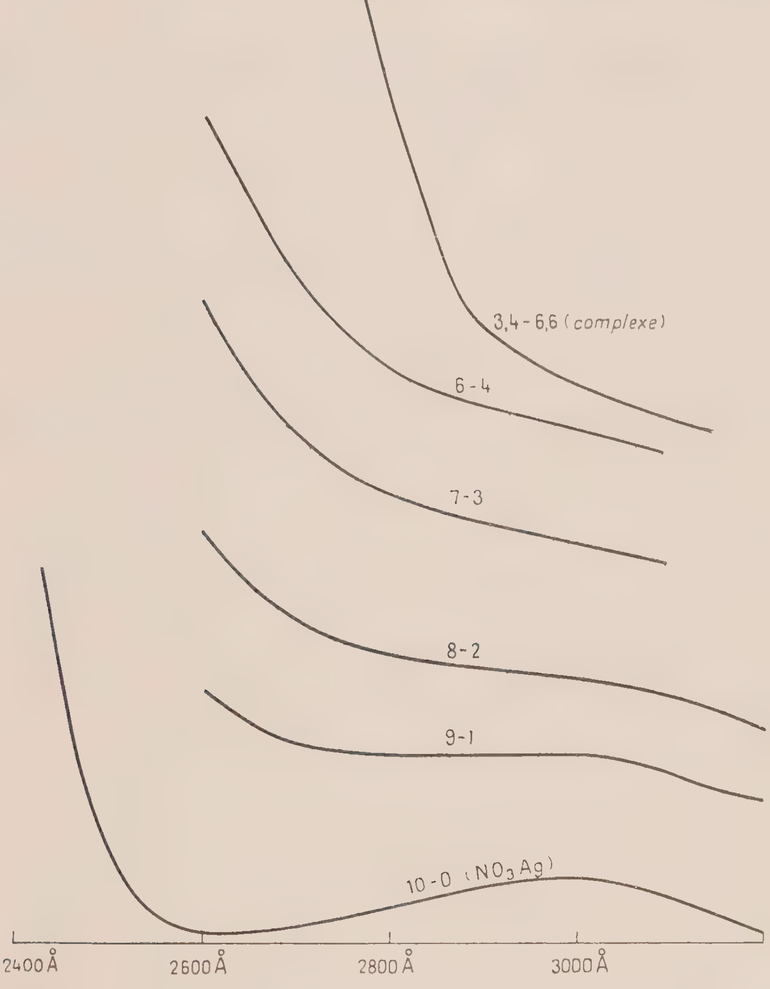
Si nous ajoutons de l'histamine au mélange NO_3Tl, NO_3Ag, en proportions équimoléculaires, la même étude permet de conclure à la formation du complexe triple $(NO_3)_2Tl, Ag(C_5H_9N_3)_2$.

Nous avons trouvé pour la constante K de dissociation les nombres suivants :

$$1,38.10^{-4},\quad 1,38.10^{-4},\quad 1,66.10^{-4},\quad 1,66.10^{-4}.$$

Ce composé ternaire $(NO_3)_2Tl, Ag, (C_5H_9N_3)_2$ présente des analogies avec le complexe binaire $NO_3^+[Ag(C_5H_9N_3H_2]^-$, mais il s'en distingue cependant par les points suivants :

1° Comme le complexe $NO_3^+[Ag(C_5H_9N_3)_2]$ il prend la consistance d'un gel mais ce gel se forme pour des solutions beaucoup plus diluées. Il apparaît dès que la concentration atteint M/100 et devient rapidement beaucoup plus



Les courbes illustrent la densité optique col. (I/I_0) prise en fonction de la longueur d'onde pour des mélanges équimoléculaires (M/100) où les proportions de nitrate d'argent vont de 10 à 3,4 et celles d'histamine de 0 à 6,6. Le dernier mélange renferme le complexe en proportions maxima.

Pour éviter un chevauchement, nous avons déplacé le zéro des ordonnées quand l'origine des abscisses reste fixe.

épais. Ainsi si l'on compare les gels formés à partir de solutions M/50 une bille de 0,0664 g ne pénètre pas dans celui du système ternaire tandis qu'elle traverse l'autre.

2° Ce gel n'est pas thixitrope, tandis que le gel du complexe $NO_3[Ag(C_5H_9N_3)_2]$

se reforme après secousse ultrasonore pendant 5 mn sous 12 W. L'action des ultrasons a été étudiée au laboratoire de M. Dognon avec le concours de Mlle Simono.

3° L'action de la température le distingue également du composé binaire. Tandis que celui-ci fond aux environs de 40°, l'autre épaissit jusque vers 75°, température à laquelle il atteint un maximum de rigidité. Il est liquide vers 100°, bout et se reprend en masse par refroidissement.

4° Il ne noircit pas à la lumière contrairement à tous les complexes argentiques formés avec l'histamine dans les mêmes conditions. Ceci trouvera une explication dans les lignes qui suivent.

Les analogies du sel triple $(NO_3)_2TlAg, (C_5H_9N_3)_2$ avec le gel du sel double $(NO_3^+)[Ag(C_5H_9N_3)_2]^-$ ne sont pas moins réelles.

1° Ils présentent tous deux un minimum de conductivité pour l'abscisse correspondante à la formation du complexe. Ce minimum est particulièrement accusé lors de la prise en masse.

2° La consistance des deux gels augmente avec le temps et nous avons observé, parallèlement à l'épaississement, un accroissement de l'absorption lumineuse et une diminution de la conductivité. Ceci peut s'expliquer par le remaniement moléculaire dû à la formation des agrégats comme dans l'étude précédente.

3° Ils fixent les colorants acides et non les colorants basiques par l'échange des anions, ce qui établit une parenté structurale entre les deux complexes. L'un étant $NO_3^+[Ag(C_5H_9N_3)_2]^-$, l'autre peut s'écrire $(NO_3^+)_2[Ag.Tl(C_5H_9N_3)_2]^-$, Ag^+ de même valence que Tl^+ mais de plus petit noyau se plaçant au centre, est défendu contre l'action de la lumière, ceci explique que le composé argentique ne noircisse pas.

4° La bande des nitrates disparaît complètement tant pour ce complexe que pour le précédent, alors qu'elle est très nette si l'on prend les sels métalliques en solution aqueuse à la même dilution.

Sa disparition semble liée à la formation des agrégats. En effet, l'ion NO_3^- se situant vraisemblablement à la périphérie des micelles est lié à l'eau par pont hydrogène; cette eau rassemble ainsi les macromolécules. NO_3^- est donc partiellement dissimulé comme l'indique le schéma suivant :

$$\left[\ |\overline{\underline{O}}| \leftarrow N \begin{matrix} \nearrow \overline{\underline{O}} \longrightarrow H \diagdown \\ \\ \searrow \overline{\underline{O}} \longrightarrow H \diagup \end{matrix} O \rangle \ \right]$$

Nous avons obtenu le composé triple à l'état cristallisé; ses cristaux présentent des aiguilles biréfringentes distinctes différentes des cristaux des constituants et de ceux du complexe $NO_3^-[Ag(C_5H_9N_3)_2]^+$.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) S. Hatem, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 1392.

(2) S. Hatem, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1018.

(3) Fronmuller, *Thèse*, Marbeuf, 1876 et *Ber. der deutsch. Gesel.*, 2, 1878, p. 91.

(4) Rabinowitsch, *Z. Physik. Chem.*, 99, 1921, p. 417.

(Sorbonne et Faculté de Médecine, Paris.)

MÉTALLOGRAPHIE. — *Influence de traitements thermiques en phase γ sur l'apparition de sous-structures dans l'uranium α.* Note de MM. **Paul Lacombe**, **André Robillard** et **Daniel Calais**, présentée par M. Francis Perrin.

Un recuit en phase γ de l'uranium suivi d'un refroidissement dont la vitesse dépend de la température de recuit en γ, provoque la formation de sous-structures différentes de celles dues à la polygonisation de l'uranium α. Ces sous-structures sont matérialisées par la concentration des impuretés sur les dislocations induites par les tensions accompagnant la transformation allotropique $\beta \rightarrow \gamma$ ou $\gamma \rightarrow \beta$.

Des sous-structures présentant la morphologie classique de la polygonisation peuvent apparaître dans l'uranium α, soit au cours du refroidissement lent à travers le point de transformation $\beta \rightarrow \alpha$, comme dans le cas du fer au passage $\gamma \rightarrow \alpha$, soit au cours de chauffages et de refroidissements en phase α. Dans les deux cas, la polygonisation est causée par les tensions provoquées respectivement, par les changements de volume accompagnant toute transformation allotropique (1), (2), (3) et, par les tensions créées entre cristaux voisins en raison de la forte anisotropie des coefficients de dilatation des trois axes de la maille orthorhombique (4). Dans les deux cas précités, la polygonisation est sans doute analogue à celle observée au cours du fluage de l'aluminium. Ce type de sous-structure est caractérisé par le fait que les sous-joints de polygonisation *s'interrompent brutalement à la rencontre des joints de grains de la structure actuelle α*. Certains auteurs ont signalé l'existence d'autres types de sous-structures qui seraient les restes de joints ou sous-joints d'une structure stable à haute température (4), (5).

Nous avons mis en évidence une sous-structure qui se distingue des précédentes par le fait qu'elle superpose le réseau de ses sous-joints à celui des joints de la structure α, sans qu'il y ait de relation apparente entre les deux structures. *Les joints α sont en effet traversés sans discontinuité par les sous-joints de cette sous-structure* (*fig.* 1). A la suite d'essais systématiques sur l'influence des traitements antérieurs en phase γ et β sur la structure finale de l'uranium α, nous avons été conduits à préciser les conditions d'apparition de cette sous-structure et à formuler une hypothèse sur son origine.

L'uranium étudié sous forme d'échantillons de longueur 40 mm et de section carrée de 4 mm de côté avait la composition suivante en impuretés (en p.p.m.) : B = 0,1, Cr = 4, Cu = 22; Fe = 25, Mn = 4, Ni = 6, Si = 80, H_2 = 1. Le métal est observé après polissage électrolytique et la structure est décelée micrographiquement soit par attaque citrique [5], soit par gravage électrolytique [6].

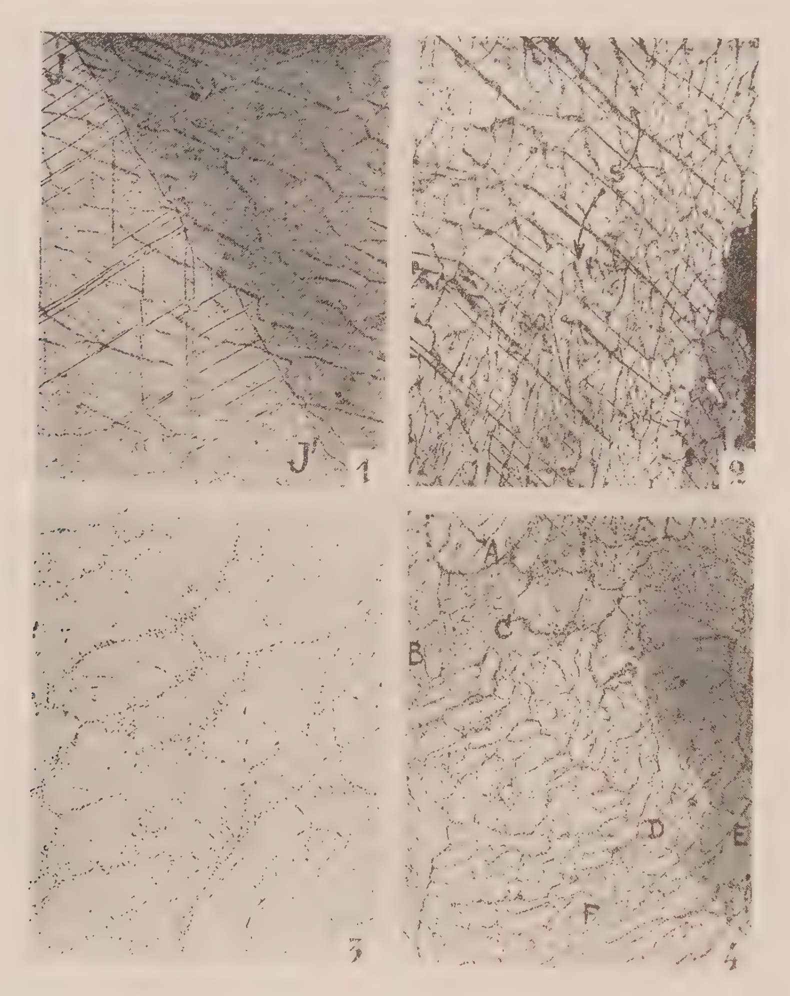


Fig. 1. — Uranium brut de laminage à chaud, porté 48 h en γ (870° C), puis trempé à — 50° C : la sous-structure révélée par gravage électrolytique traverse sans déviation un joint de grain JJ' séparant deux cristaux actuels α (× 300).

Fig. 2. — Uranium porté 73 h en γ (870° C), puis trempé à l'air. La sous-structure se superpose au réseau de sous-joints S de polygonisation α révélés par oxydation à l'air après gravage électrolytique (× 150).

Fig. 3. — Aspect discontinu des sous-joints révélés par un court gravage électrolytique : les sous-joints sont matérialisés par des alignements de fins précipités (× 150).

Fig. 4. — Uranium brut de laminage à chaud, porté 15 mn à 975° C, refroidi en 12 mn à 850° C, puis trempé dans la glace fondante. L'attaque citrique révèle de brusques discontinuités dans le réseau de sous-joints, alignées suivant un contour polygonal ABCDEF (C et D sont des points triples) (× 150).

Les conditions d'apparition de cette sous-structure sont les suivantes :

a. Le métal, quel que soit son état initial, écroui, brut de coulée, recuit ou recristallisé, *doit être préchauffé en phase* γ.

b. La température du recuit en phase γ et la vitesse de refroidissement de γ en α sont déterminantes. Un refroidissement très lent, à la vitesse de 10° à 30°/h, à partir d'une température quelconque en phase γ, ne permet pas de révéler cette sous-structure. Par contre, elle apparaît toujours pour des vitesses de refroidissement allant de 200°/h à la trempe à l'air.

c. Pour des trempes plus énergiques, trempe dans la glace fondante ou dans une solution de Cl_2Ca à 42,5 % refroidie à — 50°, la sous-structure n'apparaît que si le chauffage en phase γ a eu lieu au-dessous d'une certaine température. Celle-ci est d'autant plus basse que la trempe est plus énergique : elle doit être inférieure à 950° C pour la trempe à 0° C, inférieure à 900° C pour la trempe à — 50° C.

d. Dans le cas d'une trempe trop énergique ne permettant pas de révéler la sous-structure, celle-ci peut réapparaître par un court recuit dans le haut de la phase α (par exemple 1 h à 640° C) ou en phase β (15 mn à 700° C). Au contraire, une sous-structure, révélée par un recuit en phase γ suivi d'une trempe convenable, semble disparaître progressivement par recuit prolongé en phase α (150 h) ou en phase β (50 h) en raison de la coalescence des fines particules qui matérialisaient les sous-joints (*fig.* 3).

Ces faits nous conduisent à conclure que cette sous-structure serait le vestige d'une polygonisation due au passage du point de transformation allotropique 774° C. Cette polygonisation serait consécutive aux tensions créées par la transformation $\gamma \rightarrow \beta$ ou $\beta \rightarrow \gamma$. Le fait que la vitesse de refroidissement et la température de préchauffage en phase γ conditionnent l'apparition de la sous-structure, incite à penser que le réseau de sous-joints est matérialisé par la précipitation d'une ou plusieurs impuretés. Celles-ci seraient plus solubles en phase γ qu'en phases β ou α, de telle sorte qu'au cours d'une trempe assez énergique, comme dans le cas de la trempe de l'aluminium chargé en fer ([7]), les impuretés n'auraient pas le temps de se précipiter dans les sous-joints. Par contre, après recuit en phase α ou β, cette précipitation pourrait se produire ou se poursuivre en raison de la plus faible solubilité des impuretés dans ces deux phases.

Enfin, la faible dimension moyenne des mailles de la sous-structure exclut l'hypothèse qu'elles représentent d'anciens contours de grains β ou γ. Il est plus vraisemblable que ceux-ci correspondent aux brutales discontinuités observées dans le réseau de cette sous-structure, discontinuités qui dessinent un réseau polygonal exempt de précipité et à plus grande échelle que le réseau des contours de grains α actuels (*fig.* 4).

(1) R. W. CAHN, *Acta Metallurgica*, 1, 1953, p. 176.

(2) M. PRUNA, P. LEHR et G. CHAUDRON, *Revue de Métallurgie*, 51, 1954, p. 591.

(3) M. AUBERT, Rapport intérieur C. E. A., 1955 (non publié).

(4) M. L. ENGLANDER et P. A. JACQUET, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 262; Mme A. R. WEILL, *Rev. Métallurgie*, 52, 1955, p. 294.

(5) B. BLUMENTHAL, *Trans. A. I. M. E.*, 203, 1955, p. 1199.

(6) A. ROBILLARD, Mlle J. DURAND et P. LACOMBE, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 508; A. ROBILLARD, R. BOUCHER et P. LACOMBE, *Métaux et Corrosion*, 31, 1956, p. 433.

(7) G. WYON et P. LACOMBE, *Report Bristol Conference on Defects in crystalline solids*, The Physical Society, Londres, 1954, p. 187.

MÉTALLOGRAPHIE. — *Restauration et recristallisation du zirconium et de ses alliages en relation avec leur travail par déformation à froid.* Note (*) de MM. **JEAN HÉRENGUEL**, **DONALD WHITWHAM** et **JACQUES BOGHEN**, présentée par M. Georges Chaudron.

Jusqu'à présent les traitements à chaud du zirconium et de ses alliages se pratiquaient normalement sous vide poussé ou dans une atmosphère d'argon très pur, ou après gainage étanche, afin d'éviter toute contamination par l'oxygène et l'azote. Cette sujétion est d'autant plus grave que la transformation à froid de ces métaux exige un nombre élevé de recuits intermédiaires.

La restauration à température relativement basse, que l'un de nous a décrite pour les alliages d'aluminium (1) et qui a été appliquée également au titane par A. Saulnier (2), peut de nouveau intervenir en apportant une simplification considérable à la technique industrielle. Pour un alliage de zirconium industriel (du type zircaloy), dont la composition est la suivante : 1,5 % d'étain, 0,15 % de fer, 0,05 % de nickel et 0,10 % de chrome, nous avons défini les conditions précises de la recristallisation et de la restauration par chauffage à l'air, en notant simultanément, d'une part les propriétés mécaniques et la structure, d'autre part l'importance de la couche oxydée.

Les échantillons ont été prélevés dans une tôle préalablement recuite à 900° C, décapée soigneusement et amenée par laminage à froid à une épaisseur finale de 1,3 mm, avec un écrouissage $(E - e)/e \times 100 = 150$. Dans cet état, les propriétés mécaniques étaient les suivantes :

Charge de rupture (R kg/mm²)	72
Dureté Brinell (HB)	225
Allongement (A % sur $\sqrt{67\ S}$)	9,5

Les figures 1 et 2 montrent les valeurs de la résistance à la traction, de la dureté Brinell (charge 15,625 kg, bille de 1,25 mm de diamètre) et de l'allongement de rupture pour des temps de chauffage à l'air de 30 mn

et 24 h, à des températures échelonnées de 400 à 700° C. On voit que l'adoucissement est à peu près complet dès 575° C pour les deux temps.

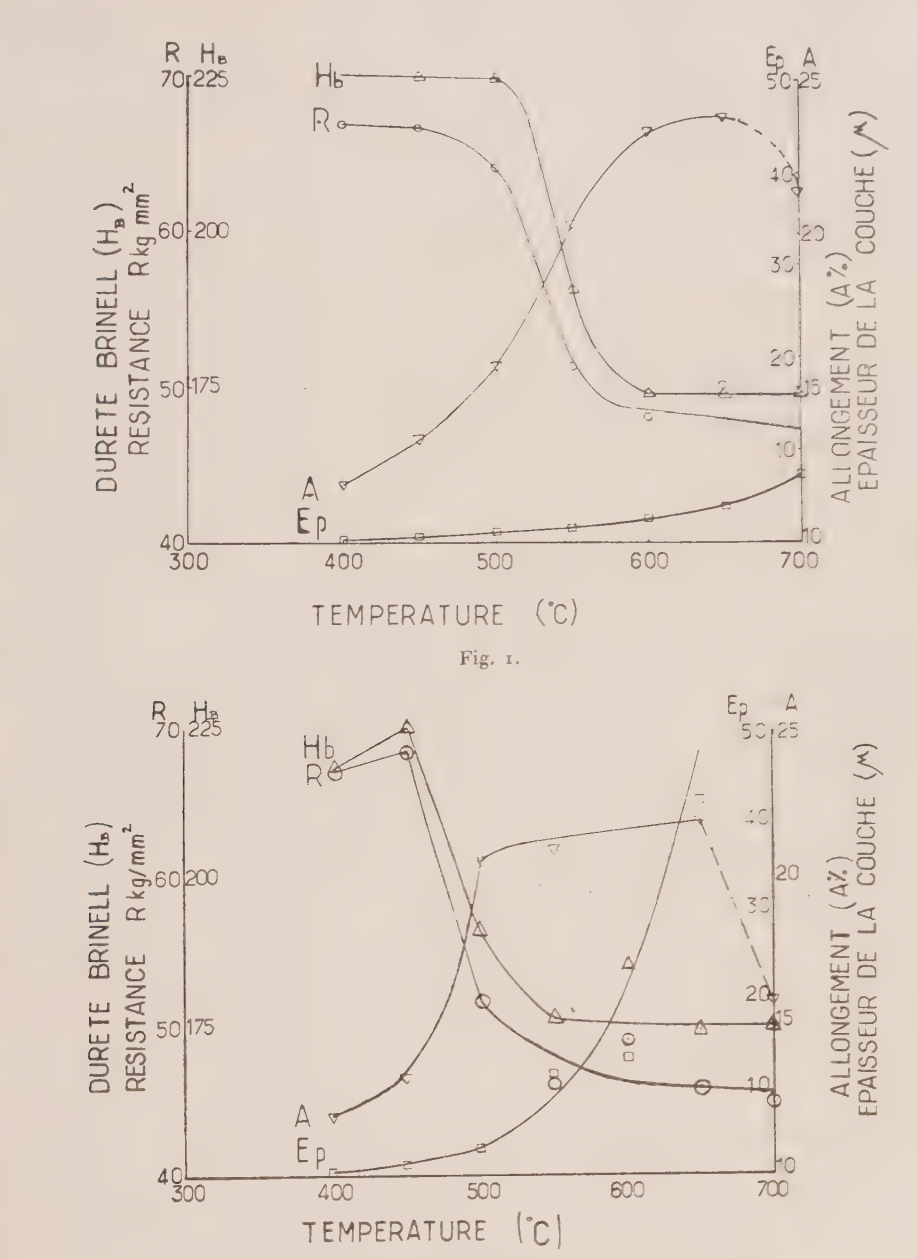


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 1 et 2. — Propriétés mécaniques et épaisseur de la couche d'oxyde pour le zircaloy, après chauffage dans l'air de 400 à 700° C :

1. Durée de chauffage : 30 mn; 2. Durée de chauffage : 24 h.

La légère augmentation des propriétés mécaniques, qu'on remarque après traitement à 450° C pendant 24 h, peut être due à un faible effet de durcis-

sement structural, que nous précisons dans une étude actuellement en cours.

L'évolution de la texture des éprouvettes a été suivie par micrographie et aux rayons X. Cette dernière méthode se montre très sensible; il est parfaitement possible de suivre la restauration par disparition de l'astérisme et du flou des anneaux de Debye-Scherrer, et la recristallisation par leur résolution en taches discrètes. Les deux méthodes concordent pour montrer une recristallisation presque complète après 24 h à 500° C ou après 30 mn à 550° C, le grain étant très fin (8 μ) dans les deux cas.

L'épaisseur du film d'oxyde, mesurée par coupe micrographique, a été reportée également sur les figures 1 et 2. En dessous de 650° C, aucune contamination du métal sous-jacent [telle que nous l'avons étudiée déjà sur du zirconium obtenu par le procédé Kroll ([3])] ne peut être décelée. Par ailleurs, l'enlèvement du film superficiel par abrasion est relativement facile, lorsque son épaisseur reste inférieure à 2 μ, et devient beaucoup plus difficile au-dessus de cette épaisseur. De plus, il faut noter que pour les températures relativement élevées (au-dessus de 650° C) la couche épaisse d'oxyde entraîne une réduction de la section réelle du métal qui n'est plus négligeable : après 24 h à 700° C le film d'oxyde a une épaisseur de 0,28 mm sur chaque face. L'interface oxyde-métal est également ondulé pour ces températures, comme nous l'avons déjà signalé ([3]), ce qui explique l'abaissement important d'allongement de rupture.

Des résultats acquis au cours de nos essais il résulte que deux types de traitement adoucissant peuvent être envisagés pour le zircaloy écroui avec chauffage dans l'air :

a. La recristallisation habituelle, en limitant la température à 550-575° C et le temps à 30 mn à 15 mn, le film d'oxyde n'ayant qu'une épaisseur de 2 μ au plus;

b. La restauration plus ou moins partielle avec la gamme de propriétés progressives de cet état, le film d'oxyde étant toujours alors d'une épaisseur extrêmement réduite.

Nous avons vérifié que ces conditions s'appliquent également au zirconium non allié.

(*) Séance du 25 février 1957.

([1]) A. Berghézan et J. Hérenguel, *Comptes rendus*, 241, 1955, p. 492.

([2]) *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 1319.

([3]) J. Hérenguel, D. Whitwham et J. Boghen, *Comptes rendus*, 243, 1956, p. 2060.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouveaux dérivés d'acides biliaires : acides Δ^6-choléniques et acides 6.7-dihydroxy-cholaniques.* Note (*) de M. **Henri B. Kagan**, présentée par M. Marcel Delépine.

Plusieurs acides Δ^6-choléniques ont été préparés par la suite de réactions suivantes : bromuration des acides 7-oxo-cholaniques, hydrogénation en bromhydrines des 6-bromo 7-oxo-acides et traitement de celles-ci par le zinc. On a fixé deux hydroxyles sur la double liaison 6.7, soit par le tétroxyde d'osmium (glycol *cis*), soit par l'acide performique (glycol *trans*).

La stéréochimie des substituants en position 6.7 sur le noyau stéroïde paraît avoir été relativement peu étudiée; on ne connaît par ailleurs aucun composé de la série (5β) comportant une double liaison 6.7. J'ai été amené à préparer plusieurs acides Δ^6-choléniques et un certain nombre de leurs dérivés : mes premiers résultats font l'objet de la présente Note [1].

Le 7-oxo-cholanate de méthyle (I) donne, par action du brome dans l'acide acétique, le 6 α-bromo 7-oxo-cholanate de méthyle (III). Celui-ci est réduit par le borohydrure de potassium en 6α-bromo 7α-hydroxy-cholanate de méthyle (V), lequel est transformé en Δ^6-cholénate de méthyle (VII) par reflux dans l'éthanol axec du zinc en poudre [2].

La structure d'une cétone bromée, analogue à III, produit thermodynamique de la réaction, a été démontrée par E. Corey [3]. La bromhydrine V, possède donc très vraisemblablement un hydroxyle 7α. En effet l'acide 7-oxo-cholanique est hydrogéné par BH_4K en acide 7α-hydroxy-cholanique [4] et un 6α Br ne peut qu'augmenter la stéréospécificité de la réaction.

A partir de l'acide 3α, 12α-dihydroxy-7-oxo-cholanique, par une suite de réactions identiques, on passe du 3α, 12α-diacétoxy 6α-bromo 7-oxo-cholanate d'éthyle (IV) au 3α, 12α-diacétoxy Δ^6-cholénate d'éthyle (X).

Par oxydation chromique ménagée du 3α, 12α-dihydroxy Δ^6-cholénate de méthyle, on obtient le 3, 12-dioxo Δ^6-cholénate de méthyle (XII), qui, traité par l'éthane-diol-1.2 en présence d'acide *p*.toluène-sulfonique, dans le dioxane à l'ébullition, fournit un 3-monodioxolane (XIV) [5]. L'acide 3, 12-dioxo Δ^6-cholénique (XIII), et le 3α, 12α-diacétoxy Δ^6-cholénate de méthyle (IX) ont été également préparés.

L'hydrogénation de l'acide 3α, 12α-dihydroxy Δ^6-cholénique (XI) en acide désoxycholique se fait très rapidement en présence de platine Adams, dans l'éthanol. Cette expérience fixe sans ambiguïté la position de la double liaison : une double liaison 5.6 conduirait surtout à la série (5α) cholanique; une double liaison 7.8 n'est pas hydrogénable [6].

La double liaison 6.7 est facilement oxydée par le tétroxyde d'osmium en présence de pyridine dans l'éther. Après les traitements habituels, on obtient

les cis-glycol-6.7 correspondants avec un bon rendement. Cette cis-hydroxylation a été effectuée sur VII (Rdt 67 %), sur IX (Rdt 83 %) et sur X (Rdt 74 %).

I $R=CH_3$; $R'=H$

II $R=C_2H_5$; $R'=OAc$

III $R=CH_3$; $R'=H$

IV $R=C_2H_5$; $R'=OAc$

V $R=CH_3$; $R'=R''=R'''=H$

Va $R=CH_3$; $R'=R''=H$ $R'''=Ac$

VI $R=C_2H_5$; $R'=R''=OAc$; $R'''=H$

VIa $R=C_2H_5$; $R'=OAc$; $R''=R'''=H$

VII $R=CH_3$ $R'=H$

VIII $R=R'=H$

IX $R=CH_3$; $R'=OAc$

X $R=C_2H_5$; $R'=OAc$

XI $R=H$; $R'=OH$

XII $R=CH_3$; $R'=O$

XIII $R=H$; $R'=O$

XIV $R=CH_3$; $R'=$ $-O-CH_2$ | $-O-CH_2$

XV $R=CH_3$; $R'=H$

XVI $R=CH_3$; $R'=OAc$

XVII $R=C_2H_5$; $R'=OAc$

XVIII $R=CH_3$ $R'=H$

Les structures de ces glycols peuvent être déduites de l'examen des rotations moléculaires [7] :

XV[M] Calculé : 6β,7β-dihydroxy : +198°, 6α,7α-dihydroxy : —85°; trouvé : +211°.

XVI[M] Calculé : 6β,7β-dihydroxy : +590°, 6α,7α-dihydroxy : +307°; trouvé : +564°.

Même en tenant compte de la marge d'erreur introduite par l'interaction des deux hydroxyles vicinaux, on peut raisonnablement admettre à partir de ces chiffres, une structure 6β,7β-dihydroxy, ce qui implique une attaque de la double liaison « par l'avant ».

Il est à remarquer que l'oxydation du 3β-acétoxy Δ^6-cholestène fournit exclusivement l'époxyde 6α,7α [2]. On retrouve, pour le noyau B, la même différence de comportement que pour le noyau A entre la série (5α) et la série (5β) : en effet la cis-hydroxylation et l'époxydation des doubles liaisons 2.3 et 3.4 procèdent par attaque soit « par l'avant » (série 5β) soit « par l'arrière » (série 5α) [*voir* [8], [9], [10]].

La trans-hydroxylation par l'acide performique, selon la technique de Fieser [11], a été effectuée sur (VII). Le trans 6,7-dihydroxy-cholanate de

méthyle (XVIII) est obtenu avec un rendement de 68 % en produit pur, après saponification, estérification et chromatographie. Il s'agit vraisemblablement du glycol-diaxial 6β,7α, comme cela est de règle pour un glycol provenant de l'ouverture d'un époxyde [12].

J'ai préparé les composés nouveaux suivants :

(III) 6α-bromo 7-oxo cholanate de méthyle ($C_{25}H_{39}O_3Br$) F 123-124°,5; $[\alpha]_D^{16}$ — 64°.

(Va) 6α-bromo 7α-acétoxy cholanate de méthyle ($C_{27}H_{43}O_4Br$) F 158-159°, puis 165,5-166°; $[\alpha]_D^{17}$ —33°,6.

(VI) 3α, 12α-diacétoxy 6α-bromo 7α-hydroxy cholanate d'éthyle ($C_{30}H_{47}O_7Br$) F 167-168°; $[\alpha]_D^{25}$ + 55°,8.

(VIa) 12α-acétoxy 6α-bromo 3α,7α-dihydroxy cholanate d'éthyle ($C_{28}H_{45}O_6Br$) F 175-177°; $[\alpha]_D^{24}$ + 38°,1.

(VII) Δ^6-cholénate de méthyle ($C_{25}H_{40}O_2$) F 61-61°,5; $[\alpha]_D^{20}$ — 8°,1.

(VIII) Acide Δ^6-cholénique ($C_{24}H_{38}O_2$) F 160-162°.

(IX) 3α,12α-diacétoxy Δ^6-cholénate de méthyle ($C_{29}H_{44}O_6$) F 86,5-87°,5; $[\alpha]_D^{22}$ + 95°,7.

(X) 3α,12α-diacétoxy Δ^6-cholénate d'éthyle ($C_{30}H_{46}O_6$) F 83-84°,5.

(XI) Acide 3α,12α-dihydroxy Δ^6-cholénique ($C_{24}H_{36}O_4$) F_{inst} 188°.

(XII) 3,12-dioxo Δ^6-cholénate de méthyle ($C_{25}H_{36}O_4$) F 157-159°; $[\alpha]_D^{21}$ 0 ± 2°.

(XIII) Acide 3,12-dioxo Δ^6-cholénique ($C_{24}H_{34}O_4$) F 178,5-180°.

(XIV) 3-éthylène dioxy 12-oxo Δ^6-cholénate de méthyle ($C_{27}H_{40}O_5$) F 117-119°; $[\alpha]_D^{22}$ + 62°,5.

(XV) 6β,7β-dihydroxy cholanate de méthyle ($C_{25}H_{42}O_4$) F 114-115°,5; $[\alpha]_D^{19}$ + 52°.

(XVI) 3α,12α-diacétoxy 6β,7β-dihydroxy cholanate de méthyle ($C_{29}H_{46}O_8$) F 174,5-175°,5; $[\alpha]_D^{21}$ + 108°.

(XVII) 3α,12α-diacétoxy 6β,7β-dihydroxy cholanate ($C_{30}H_{48}O_8$) d'éthyle F 188-189°,5.

(XVIII) 6β,7α-dihydroxy cholanate de méthyle ($C_{25}H_{42}O_4$) F 106-107°; $[\alpha]_D^{21}$ + 8°,1.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) Conformément aux conventions adoptées, les substituants situés au-dessus du plan général du système tétracyclique sont désignés par la lettre β (liaison en trait plein sur la formule), et les substituants situés au-dessous par la lettre α (liaison en trait pointillé).

(2) D. R. JAMES, R. W. REES et C. W. SHOPPEE, *J. Chem. Soc.*, 1955, p. 1370.

(3) *J. Amer. Chem. Soc.*, 76, 1954, p. 175.

(4) E. H. MOSBACH, W. MAYER et F. E. KENDALL, *J. Amer. Chem. Soc.*, 76, 1954, p. 5 800.

(5) La monocétalisation en 3 de divers acides biliaires polycétoniques fera l'objet d'une prochaine publication (H. B. KAGAN et J. JACQUES).

([6]) D. H. R. Barton, *Nature*, **164**, 1949, p. 316.

([7]) Toutes les rotations sont mesurées dans le dioxane ($C \neq 2\%$). Les rotations moléculaires théoriques sont calculées à partir de la valeur $[M] = +94°$ pour l'acide cholanique (dioxane) et en utilisant la table standard de Barton ([13]).

([8]) C. Djerassi et J. Fishman, *J. Amer. Chem. Soc.*, **77**, 1955, p. 4291.

([9]) J. Pataki, C. Rosenkranz et C. Djerassi, *J. Amer. Chem. Soc.*, **73**, 1951, p. 5375.

([10]) K. Yamasaki, V. Rosnati, M. et L. F. Fieser, *J. Amer. Chem. Soc.*, **77**, 1955, p. 3308.

([11]) L. F. Fieser et S. Rajagopalan, *J. Amer. Chem. Soc.*, **71**, 1949, p. 3938.

([12]) D. H. R. Barton et R. C. Cookson, *Quart. Rev.*, **10**, 1956, p. 44.

([13]) W. Klyne dans *Determination of Organic structures by physical methods*, Academic Press Inc., New-York, 1955.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Rôle de l'effet stérique dans la formation des hydroxy-5 et méthoxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanones.* Note de M. **Robert Granger**, Mlle **Monique Corbier**, MM. **Jacques Vinas** et **Pierre Nau**, présentée par M. Marcel Delépine.

Une seule hydroxy-5 ou méthoxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanone, non encore décrite et probablement trans, apparaît dans l'action du chlorure d'éthyl-2 crotonyle sur le phénol ou l'anisole, dans l'isomérisation de l'éthyl-crotonate de phényle en présence de chlorure d'aluminium ou dans l'éthylation de la méthoxy-5 méthyl-3 indanone.

Dans une Note précédente ([1]), nous avions indiqué que divers procédés d'obtention des méthyl-3 éthyl-2 indanones ne conduisaient qu'à un seul isomère, vraisemblablement trans.

Les résultats qui suivent montrent qu'il en est de même lorsque le noyau supporte une fonction phénol ou éther : il n'apparaît toujours qu'une seule hydroxy-5 ou méthoxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanone, de structure trans probable.

1. *Action du chlorure d'éthyl-2 crotonyle sur le phénol.* — Cette réaction, réalisée en présence de chlorure d'aluminium, donne lieu à une seule hydroxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanone (I) F 95°, DNP F 218-220°. La cétone éthylénique intermédiaire n'est pas décelable.

Lorsque la réaction est effectuée en milieu nitrobenzénique à 90° pendant 3 h, en utilisant des quantités moléculairement égales à 1 pour le phénol, 2 pour le chlorure et 2,6 pour le chlorure d'aluminium, on isole, à côté de l'indanone précédente, son ester éthyl-2 crotonique $É_{10}$ 200-205°. Celui-ci, par hydrolyse, régénère l'indanone F 95° et l'acide éthyl-2 crotonique F 45°.

En opérant en milieu sulfure de carbone, à la température d'ébullition pendant 24 h, on observe le même résultat, mais on sépare 10 % environ d'éthyl-2 crotonate de phényle (III). Avec des quantités équimoléculaires de phénol, de chlorure et de chlorure d'aluminium et en limitant la durée de chauffage à 1 h, on ne retrouve que l'éthyl-2 crotonate de phényle.

On peut donc considérer que dans l'action du chlorure sur le phénol, le premier temps est la formation de l'éthyl-2 crotonate de phényle qui subit, peu à peu, une transposition de Fries, complétée de cyclisation.

Effectivement, nous avons constaté que l'éthyl-2 crotonate de phényle (III) prenait naissance, avec un rendement élevé, par simple contact à froid du phénol et du chlorure d'éthyl-2 crotonyle, et que cet ester s'isomérisait presque quantitativement sous l'influence du chlorure d'aluminium en milieu nitrobenzénique pendant 3 h à 90° en donnant la même indanone F 95°.

HO; Cl—CO; CH_3; C_2H_5

—CO—O—

(III)

HO—; CH_3; C_2H_5; O

(I)

—CO—O—; CH_3; C_2H_5; O

(II)

L'ester éthyl-2 crotonique de l'hydroxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanone (II), proviendrait soit de l'estérification de celle-ci, soit de l'action du chlorure d'éthylcrotonyle sur l'éthyl-2 crotonate de phényle.

2. *Action du chlorure d'éthyl-*2 *crotonyle sur l'anisole.* — En opérant en milieu nitrobenzénique à 90° pendant 3 h, avec des quantités équimoléculairement égales à 1 pour l'anisole, 2 pour le chlorure et 2,6 pour le chlorure d'aluminium, on isole à la fois la méthoxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanone $É_{15}$ 80°; DNP F 164-165° et l'hydroxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanone précédente F 95°. Les deux composés sont reliés par méthylation en milieu alcalin ou déméthylation par le chlorure d'aluminium.

3. *Éthylation de la méthoxy-*5 *méthyl-*3 *indanone.* — La méthoxy-5 méthyl-3 indanone, qui a été décrite récemment par L. H. Conover [2], a été préparée à partir de la *m*-méthoxyacétophénone (IV), par une voie nouvelle qui a permis de faire connaître divers composés : (*m*-méthoxyphényl)-3 hydroxy-3 butyrate d'éthyle : $É_5$ 155°; (*m*-méthoxyphényl)-3 crotonate d'éthyle $É_5$ 150-152°; acide (*m*-méthoxyphényl)-3 crotonique F 101-102°; (S-benzylthiouronium F 135-137°); (*m*-méthoxyphényl)-3 buty-

rate d'éthyle $É_5$ 150-151°; acide (*m*-méthoxyphényl)-3 butyrique liquide (V) (S-benzylthiouronium F 154-155°).

Le chlorure de cet acide, cyclisé en présence de chlorure d'aluminium donne la méthoxy-5 méthyl-3 indanone (VI) $É_{10}$ 175-180°; semicarbazone F 208-209° (Conover F 213-218°); DNP F 233-234° et, par déméthylation, l'hydroxy-5 méthyl-3 indanone F 145°, DNP F 257-259°.

CH_3O— —CO CH_3 (IV) → CH_3O— CH_3 CO_2H (V)

→ CH_3O— CH_3 O (VI) → CH_3O— CH_3 C_2H_5 O (VII)

L'éthylation par le bromure d'éthyle de la méthoxy-5 méthyl-3 indanone sodée ne fait apparaître que la méthoxy-5 méthyl-3 éthyl-2 indanone (VII) DNP F 165°, identique à celle qui résulte de l'action du chlorure d'éthyl-2 crotonyle sur l'anisole.

(1) *Comptes rendus*, 244, 1957, p. 1048.
(2) *J. Amer. Chem. Soc.*, 75, 1953, p. 4017.

(*Faculté de Pharmacie, Montpellier, Hérault.*)

CHIMIE ORGANIQUE. — *Initiation de la réaction de Grignard. Action du bromure de magnésium éthéré.* Note de MM. **Maxence Meyer** et **Claude Shimodaira**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. Nous avons montré que, lorsque l'éther n'est pas rigoureusement sec, la réaction de formation de nC_4H_9MgBr peut être divisée en trois périodes [1]. La seconde et la troisième période correspondent aux réactions (*a*) et (*b*) ci-dessous, tandis que l'action de l'eau sur nC_4H_9MgBr a lieu suivant la réaction (*c*) où MgBrOH, $3H_2O$ est suffisamment stable pour ne pas réagir sur l'organomagnésien.

(*a*) $Mg + nC_4H_9Br + 4H_2O \rightarrow nC_4H_{10} + MgBrOH, 3H_2O,$

(*b*) $Mg + nC_4H_9Br \rightarrow nC_4H_9MgBr,$

(*c*) $nC_4H_9MgBr + 4pH_2O \rightarrow p(nC_4H_{10}) + p(MgBrOH, 3H_2O) + (1-p)(nC_4H_9MgBr),$ avec p inférieur à 1.

2. L'action initiatrice du bromure de magnésium éthéré (préparé par action du brome sur le magnésium recouvert d'éther sec) sur la réaction de Grignard a déjà été signalée ([2]) et peut être constatée au moyen de l'expérience décrite ci-dessous.

On place dans un ballon 200 cm³ d'éther contenant 226 mg d'eau, 8 g de Mg et 39 g de nC_4H_9Br. La réaction inhibée par l'eau ne se fait pas ([1]); si l'on y ajoute Br_2Mg en solution éthérée, elle démarre et l'éther se met à bouillir au bout d'un délai variable reproduit dans le tableau ci-dessous (température initiale du milieu réactionnel, 20° C).

Rapport molaire $\frac{H_2O}{Br_2Mg}$	1,02	1,18	1,58	1,82	2,96	3,78	5,58	6,95	8,34
Délai de démarrage (mn).....	5	6	29	33	42	44	72	147	269

L'addition de Br_2Mg éthéré fait donc cesser l'inhibition due à la présence de l'eau; nous allons voir que ce résultat doit être attribué à la formation de deux hydrates $Br_2Mg, 6H_2O$ et Br_2Mg, H_2O, et que le monohydrate est assez stable pour ne pas réagir sur l'organomagnésien formé.

3. Dans le bromure de magnésium éthéré, Br_2Mg se trouve associé à 1, 2 ou 3 mol d'éther ([3]). La solution éthérée concentrée se sépare en deux phases, contenant respectivement 6 et 39 % de Br_2Mg à la température de 11° C. Si à la première phase, éclaircie par filtration, on ajoute des quantités croissantes d'éther humide, on voit apparaître un précipité blanc de $Br_2Mg, 6H_2O$ fondant avec décomposition à 165° C et déjà signalé par Mentchoutkine ([4]); sa solubilité dans l'éther est faible (250 mg par litre d'éther à la température de 20° C).

Si dans l'éther sec, contenant l'hexahydrate en suspension, on ajoute des quantités croissantes de Br_2Mg éthéré, le précipité se redissout et la solution redevient claire quand elle contient exactement 1 mol de Br_2Mg pour 1 mol d'eau. Il est facile de constater que l'eau se trouve très fortement associée au bromure de magnésium, car cette solution ne réagit pas sur une solution claire de nC_4H_9MgBr; on ne constate pas d'élévation de température, et le mélange porté à l'ébullition ne donne pas le précipité de $MgBrOH, 3H_2O$ qui devrait se produire quantitativement d'après la réaction (*c*) ci-dessus si l'eau se trouvait à l'état libre.

Si l'on effectue la réaction de Grignard en présence de Br_2Mg éthéré, de telle sorte que le rapport molaire H_2O/Br_2Mg soit sensiblement inférieur à 1, la réaction (*a*) ne se produit plus et le milieu réactionnel reste clair jusqu'à la fin de la réaction (*b*).

4. Si l'on distille sous une pression de 14 mm à 0° C une solution éthérée contenant une proportion équimoléculaire d'eau et de bromure de magnésium, on constate qu'il se forme un précipité dont le poids cesse de diminuer pour une composition correspondant à $Br_2Mg, H_2O, (C_2H_5)_2O$.

En réchauffant, sous 14 mm, à la température de 60° C, la molécule d'éther restante distille et il reste un produit solide hygroscopique de formule Br_2Mg, H_2O.

5. L'hexahydrate est beaucoup moins stable que le monohydrate vis-à-vis de l'organomagnésien ; la température d'une solution de nC_4H_9MgBr dans laquelle on verse une suspension d'hexahydrate s'élève ; après refroidissement, la solution contient toujours un précipité qu'on peut isoler ; sa composition correspond à $MgBrOH, 3H_2O$. Comme nous savons que Br_2Mg, H_2O est stable et soluble dans l'éther, la réaction qui s'est faite peut s'écrire :

$$(d) \qquad \underset{\text{insoluble}}{\tfrac{4}{5}\,Br_2Mg, 6H_2O} + nC_4H_9MgBr + \text{éther}$$

$$\rightarrow \underset{\text{soluble}}{\tfrac{4}{5}[Br_2Mg, H_2O, (C_2H_5)_2O]} + nC_4H_{10} + \underset{\text{insoluble}}{MgBrOH, 3H_2O}.$$

Conclusion. — L'initiation de la réaction de Grignard par le bromure de magnésium éthéré s'explique par la formation d'un hydrate complexe stable associé à 1 mol d'éther lorsqu'il est en solution dans ce solvant. L'éther présumé sec contenant en général 100 mg d'eau par litre, il suffit d'y ajouter un peu plus de 1 g de Br_2Mg éthéré pour le déshydrater complètement et obtenir un démarrage rapide de la réaction ; on peut également ajouter dans le milieu réactionnel 1 à 2 g de brome de façon à préparer Br_2Mg. Nous trouvons donc une confirmation des propositions annoncées dans la Note précédente [1], à savoir que Br_2Mg fait cesser l'inhibition parce qu'il joue le rôle de déshydratant et que le monohydrate formé ne réagit pas sur l'organomagnésien.

(1) M. Meyer et C. Shimodaira, *Comptes rendus*, **243**, 1956, p 846.
(2) Gilman et Vanderwal. *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, **48**, 1929, p. 160-193.
(3) Mentchoutkine, *Chem. Zentr.*, **2**, 1906, p. 1481.
(4) *J. Soc. Physico-Chimique de l'U. R. S. S.*, **35**, 1903, p. 610-623.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Étude comparative des énolates bromomagnésien et sodique de la (cyclohexyl-1 cyclohexyl) méthyl cétone.* Note de Mme **Micheline Charpentier-Morize**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'aminoalcoylation et l'hydroxyalcoylation de la (cyclohexyl-1 cyclohexyl) méthyl cétone, cétone encombrée stériquement, ont lieu avec de bons rendements par l'intermédiaire de l'énolate bromomagnésien correspondant. L'alcoylation de cette même cétone s'effectue par l'intermédiaire de l'énolate sodique.

Au cours de l'étude de la (cyclohexyl-1 cyclohexyl) méthyl cétone ([1]), cétone

$C=O$

CH_3

(I)

encombrée stériquement, il s'est avéré que certaines réactions classiques d'alcoylation (sodation par l'amylate tertiaire de sodium) ([2]), d'amino-alcoylation (réaction de Mannich en présence de solvants hydroxylés, tant en milieu acide qu'en milieu alcalin) ([3]), ([4]), d'hydroxyalcoylation (action d'un aldéhyde en présence de soude alcoolique) ([5]), échouent : la cétone (I) est intégralement récupérée.

Il est démontré que généralement la vitesse de ces réactions dépend à la fois de la constante K de l'équilibre cétone ⇌ énol (ou carbanion) et de la vitesse d'addition du réactif sur l'énol ou le carbanion intermédiairement formé ([6]), ([7]).

Une des raisons susceptibles d'expliquer la non-réactivité de la cétone (I) dans ces réactions, pouvait être une très faible valeur de K. Pour surmonter cette difficulté, nous avons voulu déplacer cet équilibre en utilisant les énolates métalliques de la cétone (I). Nous avons alors observé que l'alcoylation, l'amino-alcoylation et l'hydroxyalcoylation de la cétone (I) étaient possibles en utilisant tantôt l'énolate bromomagnésien (II), tantôt l'énolate sodique (III).

$$R-C(OMgBr)=CH_2 \rightarrow R-CO-CH_2-X \quad \begin{cases} X = -CHOH-CH_3 \\ X = -CH_2-N(C_2H_5)_2 \end{cases}$$

(II)

R = (cyclohexyl-1 cyclohexyl)

$$R-\overset{\delta-}{C}(\overset{\delta-}{O}\ \overset{\delta+}{Na})-CH \rightarrow R-CO-CH_2-R' \quad \begin{cases} R' = -CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2 \\ R' = -CH_2-CH(CH_3)_2 \end{cases}$$

(III)

Le tableau suivant résume nos expériences.

Ces résultats font ressortir entre les énolates (II) et (III) une nette différence de comportement. Le premier ne donne pas lieu aux réactions impliquant un mécanisme du type Sn_2, mais à des réactions susceptibles d'avoir lieu par des mécanismes cycliques ou concertés : réaction avec une pseudo-base [réaction (*a*)] ([8]) ou réaction d'addition sur le carbonyle [réaction (*e*)]. Au contraire, l'énolate sodique donne facilement lieu aux réactions de substitution nucléophiles [réaction (*c*)] et [réaction (*d*)] ([9]).

Réactifs.	Produit obtenu à partir de l'énolate (II) en solution éthérée.	Produit obtenu à partir de l'énolate (III) en solution toluénique.
(*a*) $C_2H_5O-CH_2-N(C_2H_5)_2$...	$R-CO-CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2$ Rdt 75% ([8])	Pas de réaction
(*b*) $HCHO + NH(C_2H_5)_2$.....	–	$R-CO-CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2$ Rdt 20% (A)
(*c*) $Cl-CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2$...	$R-CO-CH_2-CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2$ Traces	$R-CO-CH_2-CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2$ Rdt 40%
(*d*) $Br-CH_2-CH(CH_3)_2$.....	Pas de réaction	$R-CO-CH_2-CH(CH_3)_2$ Rdt 50%
(*e*) CH_3-CHO.............	$R-CO-CH=CH-CH_3$ + $R-CO-CH_2-CHOH-CH_3$ Rdt 60%	$R-CO-CH=CH-CH_3$ + $R-CO-CH_2-CHOH-CH_3$ Rdt 10%

(A) Cette réaction a été effectuée en utilisant le diméthylformamide comme solvant.

La différence de comportement des énolates (II) et (III) est évidemment due à la différence de nature des métaux favorisant et permettant tel ou tel mécanisme réactionnel. Ainsi par exemple, le magnésium, métal très coordinatif, contrairement au sodium permet l'existence de mécanismes cycliques lors de la réaction d'un énolate bromomagnésien ([10]).

Une étude plus approfondie permettra de préciser ce point de vue.

Partie expérimentale. — La préparation de l'énolate (II) a été décrite dans une Note précédente ([8]). L'énolate (III) est préparé par addition de la quantité théorique d'amidure de sodium à la cétone (I) en solution toluénique. Le mélange réactionnel est porté à l'ébullition pendant trois jours ([11]).

(*Cyclohexyl*-1 *cyclohexyl*) *isoamyl cétone.* $É_{12}$: 185-188°. $C_{18}H_{32}O$. C %, calculé 81,89; trouvé 81,89. H %, calculé 12,22; trouvé 12,41. Préparée par addition d'un excès de bromure d'isobutyle (deux fois la quantité théorique). Le mélange réactionnel est porté à l'ébullition pendant quinze jours. L'oxydation par NO_3H fumant donne l'acide (cyclohexyl-1 cyclohexane) carboxylique ([12]). Un spectre infrarouge a confirmé la structure cétonique.

(*Cyclohexyl*-1 *cyclohexyl*) ω-*diéthylaminopropyl cétone.* $É_2$ 130-133°. $C_{20}H_{37}ON$. Chlorhydrate $C_{20}H_{38}ONCl$. Cl %, calculé 10,3; trouvé 10,5. Est obtenue par addition d'un excès de $Cl-CH_2-CH_2-N(C_2H_5)_2$ (une fois et demie la quantité théorique) à l'énolate sodique en solution toluénique. Le tout est porté à ébullition pendant 8 h. Un spectre infrarouge a confirmé la structure cétonique.

(*Cyclohexyl*-1 *cyclohexyl*)-1′ *butène*-2 *one*-1. $C_{16}H_{26}O$. F 44-46°. Préparé par addition de l'énolate (II) à un excès d'acétaldéhyde en solution éthérée (deux fois la quantité théorique). Une chromatographie sur célite a permis d'isoler la cétone éthylénique, identifiée par un spectre ultraviolet.

(1) M. CHARPENTIER-MORIZE, *Bull. Soc. chim.*, 1954, p. 497.

(2) J. M. CONIA, *Bull. Soc. chim.*, 1950, p. 537.

(3) C. MANNICH et W. HOF, *Arch. Pharm.*, 265, 1927, p. 589.

(4) S. V. LIEBERMAN et E. C. WAGBER, *J. Org. Chem.*, 14, 1949, p. 1001.

(5) J. E. DUBOIS, *Bull. Soc. chim.*, 1950, p. 61.

(6) E. R. ALEXANDER et E. J. UNDERHILL, *J. Amer. Chem. Soc.*, 71, 1949, p. 4014.

(7) R. P. BELL, J. *Chem. Soc.*, 1937, p. 1637.

(8) M. CHARPENTIER-MORIZE, H. RIVIÈRE-LARRAMONA et B. TCHOUBAR, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 1735.

(9) Le fait que la réaction de Mannich [réaction *(b)*] n'a lieu que dans le diméthylformamide, solvant non hydroxylé mais très polaire, suggère dans ce cas l'ionisation du réactif aminoalcoylant, c'est-à-dire la formation de l'ion $-CH=N\langle$.

(10) M. S. KHARASCH et O. REINMUTH. *Grignards Reactions of Non metallic Substances*, Constable, London, 1954, p. 176.

(11) Nous reviendrons sur la lenteur frappante de cette réaction dans une publication ultérieure.

(12) B. TCHOUBAR, *Comptes rendus*, 228, 1949, p. 580.

MINÉRALOGIE. — *La texture des pyrophyllites et son influence sur leur courbe thermique différentielle.* Note de MM. **JEAN ORCEL**, **STÉPHANE HÉNIN** et Mlle **SIMONNE CAILLÈRE**, transmise par M. Charles Mauguin.

Les courbes thermiques de pyrophyllite présentent une variabilité qui ne semble pouvoir être interprétée que par la taille des cristaux.

On peut admettre que cette taille est très variable car le minéral se présente souvent sous la forme de fibres constituées par des agrégats de cristallites élémentaires extrêmement allongées et de sections très variables.

Si l'on considère la structure de la pyrophyllite et la formule qui en découle $Si_4Al_2O_{10}(OH)_2$ on est amené à supposer qu'il existe dans ce minéral un seul départ d'eau.

Or l'un de nous a publié (1) antérieurement les courbes d'analyses thermiques différentielles de pyrophyllites. D'après ces premiers résultats il semblait qu'on pouvait distinguer deux types de courbes. L'un était caractérisé par un seul crochet endothermique vers 800°, tandis que l'autre présentait deux inflexions endothermiques l'une vers 550°, l'autre vers 800°, cette dernière étant d'ailleurs moins développée que dans le premier cas.

L'examen de quelques échantillons avait conduit à supposer que les courbes à deux inflexions correspondaient à des minéraux impurs, peut-être à des mélanges de pyrophyllite et de fines lamelles de kaolinite, et en conclusion, il était indiqué qu'il serait nécessaire de reprendre ce travail en partant d'échantillons mieux définis; c'est ce que nous nous proposons de faire dans cette Note.

Nous avons choisi, parmi les nombreux échantillons de pyrophyllite de

la collection du Muséum, ceux que l'étude microscopique et l'examen à l'aide des rayons X ont permis de considérer comme purs.

Ainsi pour les trois échantillons choisis on observe bien une courbe d'analyse thermique différentielle à un seul crochet, mais les températures de départ varient d'environ 100° suivant les échantillons.

Nous avons pensé que cet abaissement de température pouvait s'interpréter par une variation de composition. Or les résultats des analyses reproduites ci-dessous prouvent que les pyrophyllites ne contiennent comme impuretés que du magnésium, en dehors du fer dont la teneur est toujours constante. Tous les faits expérimentaux établis d'autre part montrent que pour un même type de structure, la substitution de Mg à Al tend à élever la température de départ d'eau, cet effet n'est d'ailleurs sensible que si la substitution est importante. Remarquons enfin que dans les cas envisagés, il n'y a aucune corrélation entre la teneur en magnésium et la température de l'inflexion thermique.

	(1).	(2).	(3).
SiO_2	64,20	65,3	66,20
Al_2O_3	29,1	26,6	27
Fe_2O_3	1,1	1,2	1
MgO	0,2	2,3	1,2
H_2O	5	4,2	5
	99,6	99,6	100,4
Températures des inflexions (° C)...	670	685	775

(1) Vips, Valais, Suisse, n° 101.632.
(2) Clay, Caroline du Nord, U. S. A., n° 108.1243.
(3) Orange, Caroline du Nord, U. S. A., n° 74.77.

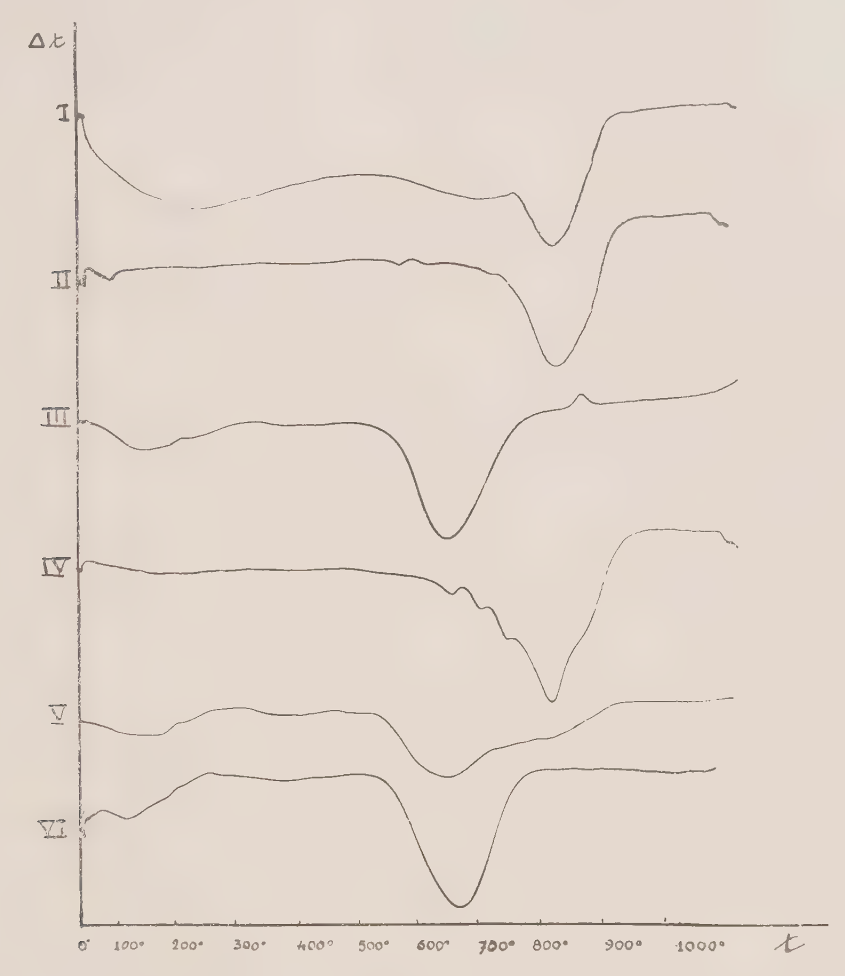
Dans ces conditions le seul facteur qui permette d'expliquer les variations de température est la taille des particules. Pour vérifier ce fait, nous avons soumis au broyage deux échantillons de pyrophyllite de Clay et d'Orange, perdant leur eau à des températures assez différentes. Nous avons pu constater une baisse considérable de température atteignant 150° à la suite du broyage ainsi que le montrent les courbes ci-jointes. (Comparer les courbes I, II et IV avec III et VI.)

Il est alors possible d'admettre que les différences de températures de départ d'eau, enregistrées par l'analyse thermique, soient dues à la taille des particules. Si donc un même échantillon contient des cristaux de tailles très différentes, sa courbe thermique peut comporter un crochet dédoublé.

A priori cette hypothèse paraissait peu vraisemblable, les échantillons de pyrophyllite se présentant macroscopiquement sous forme de lamelles nacrées, assemblées en masses radiées ou fibreuses.

Nous avons examiné aux rayons X de tels assemblages, et nous avons eu

la surprise de constater qu'ils donnaient tous des diagrammes de fibres correspondant à une bonne organisation des cristaux constitutifs, ceux-ci étant allongés suivant *a*, la périodicité étant de 5,17 Å.



Courbes d'analyse thermique différentielle de pyrophyllites : I. de Visp, Valais < 0,28 mm; II. de Clay, Caroline du Nord < 0,28 mm; III. *idem* < 2 μ; IV. Orange, Caroline du Nord < 0,28 mm; V. *idem* 50 % < 0,28 mm et 50 % < 2 μ; VI. *idem* < 2 μ.

La régularité d'un tel assemblage ne se comprend que si l'on admet que les cristaux constitutifs sont réunis parallèlement à une direction et que statistiquement ils ont toutes les orientations possibles autour de la direction d'allongement. Cette disposition s'explique, soit par un assemblage de cristaux aciculaires, soit par le groupement de tels cristaux autour de lames de plus grandes dimensions. Il n'est donc pas possible de juger macroscopiquement de la dimension des cristallites.

Ce faciès qui semble très fréquent dans les échantillons de pyrophyllite et qui n'avait pas encore été signalé à notre connaissance, justifie l'inter-

prétation que nous avons proposée pour la variabilité du phénomène thermique.

Ainsi il paraît raisonnable d'admettre que dans un certain nombre de cas on puisse obtenir avec des pyrophyllites minéralogiquement pures des courbes thermiques présentant des crochets dédoublés. Ce fait n'exclut pas, bien entendu, que cet aspect puisse être dû parfois à la présence d'impuretés. Celles-ci pourraient alors être mises en évidence par l'analyse chimique et les rayons X.

(1) J. Orcel, *Congrès Internat. des Mines, Métallurgie et Géologie appliquée*, 1935, Sect. Géol. appl., p. 365.

(2) S. Caillère et S. Hénin, *Verres et Silicates industriels*, Bruxelles, 1948, 13, n° 9, p. 114-118.

GÉOLOGIE. — *Observations géologiques nouvelles entre Chelva et Benageber (Province de Valencia, Espagne)*. Note de MM. **Albert F. de Lapparent, Lucien Montadert** et **Roland Pentecôte**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Découverte d'un affleurement paléozoïque, amorçant un pli remarquable. Précisions sur la stratigraphie du Trias, du Jurassique et du Crétacé.

Des levers géologiques détaillés entrepris autour de Chelva et dans la région de Benageber, où se trouve établi maintenant le grand barrage dit « Pantano del Generalisimo », nous ont conduits à découvrir un certain nombre de faits nouveaux.

Stratigraphie. — Au Nord de Chelva, l'érosion d'un torrent fait apparaître de manière inattendue une lame de terrains paléozoïques : schistes séríciteux, quartzites verts et quartzites ferrugineux, avec des passées de schistes noirs, carburés. Ainsi reparaît, plus loin au Sud-Est qu'on ne le connaissait jusqu'ici, le socle de la Chaîne ibérique qui affleurait dans les Montes Universales.

Le Trias de Chelva présente un type classique dans l'Espagne centrale. Le Trias inférieur est formé de grès rouges, épais de 400 m, englobant sans doute, à la base, du Permien (pélites rouges et conglomérats quartzeux); le tout est discordant sur le Paléozoïque.

Le Trias moyen débute de manière constante par quelques couches cargneuliques brunâtres, suivies de dolomies gris foncé en petits bancs, avec calcaires vermiculés, d'une épaisseur de 50 m en moyenne. Au-dessus, viennent des gypses et des argiles bariolées, qui comportent des passées de grès rouges psammitiques et sont surmontés par des dolomies grises sans fossiles. Par comparaison avec les séries de Catalogne récemment précisées par Mlle C. Virgili (1), tout cela représenterait le Muschelkalk.

Par dessus, vient *une nouvelle série argilogypseuse*, avec lentilles dolomitiques interstratifiées; il s'agit cette fois du Keuper. On peut parfois hésiter sur le terrain pour les attributions, lorsque des dolomies plus ou moins broyées ont été introduites mécaniquement dans les niveaux argilogypseux. Mais en général cette distinction de deux séries gypseuses d'âge différent permet une bonne cartographie, qui serait autrement impossible à débrouiller si tous les gypses devaient être rapportés au Keuper, comme on le croyait auparavant.

Venant au Jurassique, nous pouvons caractériser paléontologiquement les principaux étages, en particulier dans les gorges du Rio Turia en aval du barrage, avec une précision qu'on n'avait pas encore pour cette région.

Au-dessus d'un Infralias dolomitique et d'un Lias moyen calcaire, des marnes et calcaires marneux sont datés du Toarcien par une faune de Brachiopodes (déterminations dues à Mlle J. Drot) : *Rhynchonella meridionalis*, *R. vasconcellosi*, *R. batalleri*, *Terebratula subpunctata* var. *hispanica*, *T. punctata* var. *arcta* et *lata*. Au-dessus, 50 m de calcaires oolithiques et à chailles ont fourni *Rhynchonella* cf. *plicatula* et des Ammonites (*Hammatoceras* sp., *Ludwigia* cf. *aperta*) de l'Aalénien.

Le Dogger, peu épais, est indiqué par *Rhynchonella plicatella*, *Garantia* sp., *Parkinsonia* sp., *Cadomites* sp.

Un ensemble calcaire et marneux qu'on ne peut pas diviser cartographiquement a fourni des faunes d'Ammonites (déterminations de M. J. Sornay) allant du Callovien à *Grossouvria* cf. *meyeri*, *Macrocephalites macrocephalus*, *Reineckeia rehmani*, *R.* cf. *liffolensis*, au Séquanien à *Ataxioceras inconditum*. Des calcaires à pisolithes et Algues, reconnaissables partout, renferment à la base *Ataxioceras* cf. *lictor* et *Aspidoceras* cf. *orthocera* du Kimmeridgien.

Le Portlandien, de type purbeckien, comprend des alternances de formations saumâtres (Huîtres, Gastéropodes, un *Perisphinctes* du Jurassique supérieur) et continentales [dents de Poissons, ossements de Dinosauriens ([2])]. Les formations wealdiennes, sables blancs kaoliniques avec conglomérats quartzeux et argile rouge, lui font suite sur une grande épaisseur. Assez haut dans la série, on note des intercalations marines à *Orbitolina lenticularis* et *Toucasia* (Aptien), surmontées à nouveau de grès et conglomérats (Albien continental ?).

Le Crétacé supérieur débute par un niveau à *Orbitolina concava* (Cénomanien) et se poursuit par des dolomies, puis des calcaires difficiles à dater avec précision, mais contenant une microfaune marine à *Lagena*, Globigérines, Milioles et Cunéolines (Turonien et Sénonien), formant la montagne d'Atalaya.

Tectonique. — 1. *Le pli couché du Pico Remedio.* — La lame paléozoïque citée plus haut est l'amorce d'un important accident. Redressé verticalement contre elle, le Trias amorce un flanc renversé de grande ampleur, qui a filé en avant sur au moins 2 km, grâce à la plasticité des gypses. *Au-dessus de ceux-ci*, on voit se dérouler le Muschelkalk calcaire en multiples replis. *Et sur le Muschelkalk*, les grès rouges du Trias inférieur, renversés, couronnent le sommet des collines, soulignant de manière spectaculaire la position inverse de la série.

En outre, le flanc normal a été poussé au Sud par dessus tout celà. Ici encore, le complexe argilogypseux est responsable d'un important décollement. Mais le Lias forme l'essentiel de la nappe, débordant le Paléozoïque et le Trias, et culminant au Pico Remedio.

De ce point élevé, soulevé probablement en même temps que le plissement, il a déferlé par gravité vers le synclinal wealdien-aptien, dans lequel le front de la nappe est venu s'emboutir. L'érosion a découpé une fenêtre (grès rouges et Muschelkalk sous le Lias broyé) et quelques lambeaux de recouvrements détachés à l'avant (Lias sur Wealdien). L'amplitude de la translation est de l'ordre de 2,5 km; en direction, l'accident s'étend sur 5 ou 6 km. Naturellement, d'assez nombreuses failles ont rompu les dolomies et calcaires liasiques.

On retiendra ce bel exemple de pli couché, avec les deux flancs conservés, mais évoluant indépendamment l'un de l'autre grâce au Keuper gypseux.

2. *Le Trias de Chelva* n'est point à proprement parler un diapir, mais un bombement érodé. Les gypses ont pourtant donné lieu à des étirements, parfois considérables, entre le Keuper et le Jurassique. Des failles recoupent cette zone et encadrent, par exemple, le horst de grès rouges qui domine Tuéjar.

3. *Le pli dysharmonique de Benageber Nuevo.* — Un long anticlinal jurassique borde au Nord la plaine de Benageber Nuevo; il est un peu dissymétrique, les couches du flanc sud étant verticales. Mais un important décollement s'est produit au niveau du Wealdien argilosableux, et la série crétacée, à partir de l'Aptien à Orbitolines, a donné un pli couché vers le Sud-Ouest, devenu complètement indépendant du noyau jurassique. Le flanc inverse est bien conservé sur une grande distance et dessine une élégante charnière. Finalement, une faille intervient et l'on rattrape le synclinal d'Atalaya.

Ces précisions stratigraphiques et ces phénomènes tectoniques, actuellement portés sur nos cartes au 125 000[e], méritaient d'être signalés, la géologie de la région étant encore peu connue ([3]).

([1]) *Cf.* C. Virgili, *C. R. somm. Soc. Géol. Fr.*, 1955, p. 125; *Mem. y Comunic. Instituto geolog. provinc.*, Barcelona, 13, 1955, p. 37.

([2]) J. Royo y Gomez, *C. R. somm. Soc. Geol. Fr.*, 1927, p. 125; *Bull. R. Soc. Esp. Sc. nat.*, 24, 1925, p. 252.

([3]) Schlosser, *Centralblatt für Min. u. Géól.*, n°s 21-22, 1919, p. 340.

(*Laboratoire de Géologie de l'Institut Catholique, Paris.*)

SÉDIMENTOLOGIE. — *Sur le caractère intrinsèque de l'indice d'évolution dans la méthode des faciès granulométriques.* Note de M. **André Rivière**, présentée par M. Pierre Pruvost.

Dans la méthode des faciès granulométriques, l'*indice d'évolution* relatif à une partie du *domaine granulométrique*, ne diffère pas de l'*indice d'évolution* caractéristique de l'ensemble du sédiment. Dans la détermination de n, il est donc légitime de négliger les extrémités de la distribution.

J'ai montré ([1]) que la granulométrie de beaucoup de sédiments et, en particulier, de sédiments fins, pouvait s'exprimer par une fonction granulométrique relevant de la formule générale $\int ax^n\,dx$. La discussion conduisait à définir : 1° un *indice d'évolution* n figurant en exposant dans l'expression précédente; 2° un indice de classement g égal au logarithme décimal du rapport $G = M/m$, M et m désignant respectivement les diamètres des plus grandes et des plus petites particules; 3° un indice de faciès Ng, dépendant des précédents (avec $N = n + 1$). La détermination de g ne présente pas de difficultés théoriques. Celle de Ng se fait par superposition de la courbe granulométrique cumulative semi-logarithmique (abscisses en x/m) avec un faisceau de *courbes canoniques*, calculées en fonction des différentes valeurs possibles de Ng.

L'utilisation pratique de la méthode se heurtait à deux difficultés : 1° pour les sédiments fins, l'impossibilité de déterminer m autrement que par extrapolation; 2° pour les sédiments les plus grossiers (sables, graviers, galets), le caractère aléatoire des extrémités des dispersions. L'expérience a montré que la première de ces causes d'erreurs n'est pas très grave, car si l'erreur relative peut être assez considérable sur m et par suite sur G, elle est beaucoup plus faible sur $g = \log G$. La seconde difficulté a été résolue tantôt par une extrapolation empirique, tantôt en supposant qu'aux extrémités du domaine granulométrique, une répartition de caractère aléatoire se superposait à la répartition théorique. En fait, malgré le caractère très empirique de ces corrections, les résultats obtenus dans l'étude des sédiments fins et dans celle des sédiments fluviatiles ([2]) se montrèrent d'emblée d'un grand intérêt sédimentologique. Au contraire, les premières tentatives d'application de la méthode aux sédiments grossiers et aux sables marins furent relativement décevantes. La difficulté fut levée en comparant chacune des courbes granulométriques réelles

à deux des courbes canoniques dont l'une présentait la même médiane et l'autre la même répartition centrale [3]. La différence des Ng permettait de définir un *indice de dispersion* caractéristique.

L'intérêt des résultats obtenus et la facilité d'interprétation qu'ils présentent ont fait apparaître la nécessité d'éviter autant que possible toute extrapolation empirique. Dès le début, j'avais remarqué que l'indice $N = n + 1$ pouvait être calculé à partir des éléments relatifs à deux points distincts de la courbe cumulative semi-logarithmique [1], mais la nécessité de déterminer avec précision la pente des tangentes aux points considérés rendait la méthode peu sûre. Toutefois, la formule trouvée montrait que l'indice d'évolution $n = N - 1$ pouvait être calculé correctement, *même si les limites extrêmes de la dispersion granulométrique n'étaient pas connues avec précision.* Ce résultat peut être établi directement :

Soient m et M les dimensions extrêmes des particules d'un sédiment d'indice d'évolution n ($N = n + 1$), d, une dimension de particule intermédiaire entre m et M. Posant $G = M/m$ et $x = d/m$, on sait [1] que les pourcentages cumulatifs peuvent être généralement représentés par la forme canonique :

$$(1) \qquad y = 100\,\frac{x^N - 1}{G^N - 1} = 100\,\frac{\left(\frac{d}{m}\right)^N - 1}{\left(\frac{M}{m}\right)^N - 1}.$$

Considérons maintenant, pour le même sédiment, un domaine granulométrique délimité par les dimensions de particules m_1 et M_1 arbitrairement choisies à l'intérieur du domaine mM, on obtient pour les pourcentages correspondants :

$$y_1 = 100\,\frac{\left(\frac{m_1}{m}\right)^N - 1}{\left(\frac{M}{m}\right)^N - 1} = 100\,\frac{m_1^N - m^N}{M^N - m^N}$$

et, de même,

$$y_2 = 100\,\frac{M_1^N - m^N}{M^N - m^N},$$

d'où

$$(2) \qquad y_2 - y_1 = 100\,\frac{M_1^N - m_1^N}{M^N - m^N}.$$

Pour un point quelconque du domaine compris entre m_1 et M_1, on a, d'après l'équation (1) :

$$y = 100\,\frac{\left(\frac{d}{m}\right)^N - 1}{\left(\frac{M}{m}\right)^N - 1} = 100\,\frac{d^N - m^N}{M^N - m^N}.$$

Comme, par ailleurs, nous avons déjà calculé $y_2 - y_1$, nous pouvons calculer le pourcentage cumulatif y relatif au point considéré dans le nouveau domaine choisi

$$(3)\qquad y = 100\,\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = 100\,\frac{d^N - m_1^N}{M_1^N - m_1^N} = 100\,\frac{\left(\dfrac{d}{m_1}\right)^N - 1}{\left(\dfrac{M_1}{m_1}\right)^N - 1} = 100\,\frac{X^n - 1}{G_1^N - 1}.$$

Mais d/m_1, n'est autre chose que l'abscisse réduite X correspondant au point initial dans le nouveau domaine m_1M_1 et M_1/m_1 est l'indice G_1 correspondant à ce nouvel intervalle. Nous obtenons donc ainsi la forme canonique de la fonction granulométrique correspondant à l'intervalle réduit m_1M_1 et nous constatons que l'indice d'évolution $n = N - 1$ se trouve être le même que celui qui correspond à la totalité du domaine granulométrique.

Il est donc légitime d'appliquer la méthode des indices granulométriques à une portion limitée du domaine granulométrique d'un sédiment. Ce résultat a des conséquences pratiques importantes :

1° Dans le cas d'un sédiment fin, on peut éviter toute extrapolation arbitraire en éliminant la partie du domaine granulométrique correspondant à des particules dont les dimensions sont inférieures à celles définies par le dernier prélèvement.

2° Dans le cas où les extrémités du domaine granulométrique semblent présenter des caractères suggérant une dispersion aléatoire, on fera la détermination de l'indice d'évolution en n'utilisant que la partie centrale du domaine granulométrique.

3° Enfin, pour un même sédiment, s'il est constaté que l'indice d'évolution varie d'une manière sensible avec l'extension du domaine granulométrique partiel utilisé à sa détermination ou avec la position de ce domaine granulométrique partiel à l'intérieur du domaine granulométrique total, on sera conduit à admettre que le sédiment peut être interprété comme résultant du mélange de deux ou plusieurs stocks sédimentaires ayant évolué de manière plus ou moins indépendante et cela, *même si la courbe de fréquence ne présente qu'un seul maximum.* Le cas semble fréquent pour les sédiments marins sablo-vaseux.

4° L'indice $G = M/m$ n'intervenant plus dans la détermination de l'indice d'évolution, il est possible d'utiliser un indice de classement indépendant correspondant, par exemple, à des fractiles déterminés ou à l'écart probable.

(1) *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 6e série, 2, 1952, p. 155.
(2) L. R. Lafond, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 6e série, 3, 1953, p. 175.
(3) A. Rivière, *Comptes rendus*, 238, 1954, p. 2326.

(*Laboratoire de Géologie (S. P. C. N) Faculté des Sciences, Paris.*)

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les affinités des Polypiers operculés.* Note de M. **Henri Termier** et Mme **Geneviève Termier**, présentée par M. Jean Piveteau.

Nous avons déjà proposé notre façon de voir sur les affinités des Calcéolidés ([1]). Ces curieux polypiers, qui ne sont pas sans rappeler l'organisation de certains Actiniaires, offrent des septes très peu saillants, mais tout de même suffisants pour indiquer une nette disposition zaphrentoïde. D'autre part, le faible développement septal joint à l'existence de planchers vésiculaires incitent à rapprocher les Rugueux operculés (Calcéolidés et Goniophyllidés) des *Tryplasmacea* (= *Cystiphyllina*) (S. Smith, *in* M. Lecompte, 1952; D. Hill, 1956). Ce groupe, apparu à l'Ordovicien avec les Tryplasmidés, comprend aussi les Cystiphyllidés : son apogée est silurienne. D. Hill y place, sans hésiter, les Goniophyllidés parmi lesquels elle inclut les Calcéolidés.

Pour rencontrer un deuxième ensemble de Polypiers operculés, il faut arriver au Permien où se manifestent les genres *Khmeria* et *Permosoma*. *Khmeria*, pour lequel a été créée la famille des Khmeridés [Montanaro-Gallitelli ([2])], est un polypier rarement composé, bien que pouvant bourgeonner, dépourvu de septes, mais offrant des vésicules et des planchers. Son opercule, figuré par Mansuy (1914) et par nous-mêmes ([3]), peut être simple ou multiple et montre, sur sa face interne, 5 à 6 septes principaux entre lesquels se placent 4 ou 5 septes mineurs plus ou moins développés. Si l'on veut préciser la position systématique du genre *Khmeria*, il est difficile de tenir pour argument le dispositif septal de cet opercule en l'absence de septes à l'intérieur du calice : ce dispositif suggère seulement quelque structure intermédiaire entre Tétra- et Hexacoralliaires, cas fréquent chez les polypiers du Permien et du Trias. Pour E. Montanaro-Gallitelli (1956), il s'agit d'une forme parente des Cystiphyllidés, famille d'ailleurs bien mal connue après le Dévonien.

En ce qui concerne *Permosoma*, dont nous avons repris la description (1956) à propos d'échantillons provenant du Permien de la Tunisie, il s'agit d'une forme coloniale affine d'un tout autre groupe, puisque les types les plus proches, *Pleurodictyum* et *Michelinia*, sont rangés, non dans les Rugueux, mais parmi les Tabulés. Les opercules ont un aspect extérieur semblable à ceux de *Khmeria*. Les calices sont dépourvus de septes, mais ont des bords dentelés. Enfin ils renferment une columelle, de forme variable. Si, à première vue, *Permosoma* semble n'avoir aucune affinité avec *Khmeria*, en fait, à son sujet se pose avec une nouvelle acuité la question de savoir à quel groupe on doit rattacher les Tabulés de la famille des Pleurodictyidés. Celle-ci offre en général des calices relativement

surbaissés, remplis de vésicules tout à fait comparables à celles des *Cystiphyllina*; ces calices ne possèdent pas de septes saillants, mais présentent des crêtes ou des denticulations assez analogues à celles des Tryplasmidés. En somme, il est difficile de ne pas penser qu'il pourrait bien s'agir de Rugueux primitifs.

Conclusion. — Les Polypiers operculés qu'on rencontre en deux périodes du Paléozoïque (au Gothlandien-Dévonien d'une part, au Permien d'autre part) offrent des points de comparaison. Dans ces deux périodes, ils se rattachent à des types primitifs qui ont des septes obsolètes et un développement considérable du tissu vésiculaire. Peut-être apportent-ils des termes propres à éclairer les relations de parenté entre les Pleurodictyidés et les Rugueux. Enfin, dans les deux séries stratigraphiques, ils se trouvent associés à des faciès récifaux, ou plus exactement subrécifaux. La signification de l'opercule demeure d'ailleurs encore mystérieuse. On peut y voir une protection contre l'envasement. On peut aussi penser que ce couvercle est une défense du polype contre l'intensité des rayons lumineux, donc la matérialisation d'une certaine photophobie sous une couche d'eau très faible, voire momentanément absente. Dans ce cas, l'opercule aurait permis à l'animal de conserver une réserve d'eau pendant quelques heures, par exemple entre deux marées.

(1) *La Revue Scientifique*, n° 329, 1948, p. 208-218.
(2) *Palæontographia Italica*, 1956, p. 1-91.
(3) *Bull. Soc. géol. Fr.* (sous presse).

(*Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences, Paris.*)

PALÉOBOTANIQUE. — *Observations morphologiques et anatomiques sur quelques cônes des sables verts de l'Argonne.* Note de Mlle **Christiane Louvel**, présentée par M. Jean Piveteau.

Le Wealdien et quelques faciès littoraux de l'Éocrétacé d'Europe occidentale sont relativement riches en strobiles femelles de Coniférales. Certains auteurs ont cru y reconnaître des entités encore actuelles (*Abies* Juss., *Cedrus* Link., *Pinus* L., etc.) alors que d'autres ont classé ces mêmes fossiles dans des genres éteints, diversement compréhensifs (*Abietites* Brong., *Cedrostrobus* Stopes, *Pinites* Endl., *Pityostrobus* Nath.). La discussion reste d'autant plus ouverte, qu'elle est basée uniquement sur des critères aussi aléatoires que l'allongement relatif des cônes, la forme des portions non recouvertes des écailles, etc. L'examen anatomique n'a été effectué que dans peu de cas (1).

P. Fliche (2) avait réuni sous la rubrique « *Cedrus oblonga* » un ensemble

de cônes des sables verts albiens de l'Argonne. L'un des buts de notre étude a été d'apprécier, en s'appuyant sur l'anatomie comparée de ces échantillons, un des arguments en faveur de l'existence au Crétacé d'un type abiétinéen actuel.

Morphologie. — Les cônes attribuables à *Cedrus oblonga* (Fliche sensu, 1896) sont cylindriques et d'assez grande taille (90 à 125 mm). Par leur allongement et la forme des parties non recouvertes des écailles ils rappellent à la fois *Abies* et *Cedrus*. Ceci explique l'attribution de ces fossiles soit au genre *Abietites* (voisin des *Abies* actuels) par Brongniart soit au genre *Cedrus* par Fliche. Le cycle phyllotaxique [2], [3], [5] se retrouve d'une façon très générale chez *Cedrus*, certaines espèces de *Larix* Link., *Sequoia* Endl., *Pseudotsuga* Carr., ce caractère n'a toutefois pas une valeur systématique absolue (variations intragénériques et individuelles). L'étude morphologique s'avère insuffisante pour fixer la position générique de ces cônes et l'analyse anatomique un préalable indispensable à toute systématique naturelle.

Anatomie. — L'ampleur de la partie médullaire par rapport à la zone vasculaire, rapproche *C. oblonga* des cèdres actuels et l'éloigne de *Pityostrobus corneti* (Coemans) *comb.*, K. L. Alvin [3], où le bois est considérablement développé comparativement à la moelle.

Le bois secondaire s'identifie au genre *Cedroxylon* (notamment à *C. cedroides* Gothan) qui évoque les bois actuels de *Cedrus*, *Abies*, *Keteleeria* Carr. *Pseudolarix* Gord. *Tsuga* Carr. L'absence de canaux sécréteurs écarte toute ressemblance avec les Abiétinées des genres *Pinus*, *Larix*, *Picea* Link. *Pseudotsuga* et de l'espèce *Cedrus deodara* Loud. Par contre, le mode de groupement mixte des ponctuations aréolées sur les parois radiales des trachéides serait actuellement l'apanage de *Cedrus* et *Keteleeria*. La présence de ponctuations abiétinéennes sur les parois horizontales et tangentielles des rayons ligneux est une caractéristique possédée en commun avec *Abies* et *Pseudotsuga*. Les ponctuations taxodioïdes (1 à 6) dans les champs de croisement se rencontrent chez *Cedrus* (*C. atlantica* 2 à 6), *Abies*, *Pseudolarix*, *Sequoia*, *Thuja* L., *Taxodium* Rich.

De même que pour *Keteleeria davidiana* Beiss., *Tsuga*, *Pseudotsuga*, *Picea*, *Larix*, le système vasculaire se compose d'un cylindre épais d'où partent les faisceaux se rendant dans l'écaille et la bractée. L'unique faisceau de la bractée est plus développé qu'il ne l'est dans *Cedrus*, sans malgré tout atteindre l'importance qu'il acquiert chez *Keteleeria davidiana*. L'aspect du départ de la trace foliaire est identique à celui de *Keteleeria fortunei* Carr. dont le faisceau vasculaire est constitué à l'origine par un anneau dissymétrique. Dans l'épaisseur de l'écaille la migration de la lame fasciculée, de l'épiderme interne vers l'épiderme externe, n'est

pas complète, puisqu'elle ne dépasse pas la région moyenne. M. Radais ([4]) a mis en évidence des modalités semblables pour *Tsuga*, *Pseudotsuga*, *Picea*, *Larix* et *Pinus*. La course des faisceaux est presque similaire à celle de *Pityostrobus corneti*, sauf que, dans cette dernière forme les faisceaux restent toujours à proximité de l'épiderme interne.

Une coupe transversale pratiquée vers le milieu de l'écaille montre trois massifs de soutien, les deux latéraux ayant le même emplacement que les bourrelets de tissu lacuneux de *Cedrus*. L'allure des fibres qui les constituent est équivalente à celle de *Tsuga*, mais leur localisation est différente.

A partir des 21 canaux caulinaires, répartis dans le cortex de l'axe, naissent cinq canaux appendiculaires : trois dans l'écaille (comme chez *Cedrus*) et deux dans la bractée (absents chez les cèdres actuels). Ensuite la division des trois canaux sécréteurs, à l'intérieur du parenchyme, détermine dans les régions moyenne et sommitale de l'écaille une distribution analogue à celle de *Picea*. La course des canaux sécréteurs rappelle ce qui a été décrit chez *Pityostrobus corneti*. En outre, il a été possible de voir l'origine des canaux appendiculaires sur les spécimens de *C. oblonga*.

L'aspect morphologique et les rapports métriques des graines évoquent *Cedrus*, *Keteleeria* et *Abies*. Le tégument se compose de trois couches, dont une sclerotesta encore épaisse (400 μ) comme chez Pinus et à l'opposé des autres genres abiétinéens. Dans la couche charnue externe il y a des systèmes résinifères que l'on retrouve également chez les Cycadales, quelques Ptéridospermées et certaines Abiétinées (*Cedrus*, *Tsuga*, *Pseudolarix*, *Abies*, *Keteleeria*), ainsi que des vaisseaux spiralés. Cette vascularisation absente dans les Gymnospermes évoluées, est encore présente chez les Cycadales, Cordaitales, Gnétales et Taxacées (*Cephalotaxus*, *Torreya*).

L'ensemble des dispositions morphologiques et anatomiques offertes par *Cedrus oblonga* (Fliche sensu, 1896) démontre que ces cônes ne peuvent appartenir à aucun genre actuel. Les caractères observés dans cette espèce sont maintenant dispersés parmi diverses Coniférales. *C. oblonga* paraît être une forme encore généralisée, à nette dominance abiétinéenne et plus particulièrement proche de *Cedrus*, *Abies*, *Keteleeria*. Il existe de grandes affinités avec *Pityostrobus corneti*. Cependant les différences concernant la longueur des cônes, l'épaisseur du cylindre de bois secondaire axial, la migration des faisceaux, etc., ne permettent pas d'admettre la synonymie des deux espèces. L'attribution de *C. oblonga* au genre *Pityostrobus* Nath. n'est que provisoire étant donné la définition insatisfaisante de celui-ci.

([1]) K. L. Alvin, *Inst. Roy. Sc. Nat. Belgique*, 1953, Mém. n° 125; T. Harris, *Inst. Roy. Sc. Nat. Belgique*, 1953, Mém. n° 126.

([2]) *Bull. Soc. Sc. Nancy*, 14, 1896.

([3]) *Inst. Roy. Sc. Nat. Belgique*, 1953, Mém. n° 125.

([4]) *Contribution à l'anatomie comparée du fruit des Conifères* (Thèse, 1894).

(Laboratoire de Géologie de la Faculté des Sciences, Paris.)

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Confrontation entre la théorie du nuage ionisé de Chapman et Ferraro et l'enregistrement du début d'un orage magnétique.* Note de M. **Jean-Louis Bureau**, présentée par M. Charles Maurain.

Le dépouillement des enregistrements des variomètres électromagnétiques Grenet-Castet ([1]) en service à Tamanrasset (latitude : 22°48′N; longitude : 5°31′E) a montré que les orages à début brusque commençaient généralement par une déviation caractéristique de la composante nord du champ magnétique terrestre. Les trois orages de l'année 1952 signalés comme très importants par le *Bulletin de l'Association de Magnétisme terrestre* ([2]) en sont des exemples particulièrement nets. Cette Note se propose de voir quels résultats on peut obtenir en interprétant un de ces débuts par la théorie du nuage ionisé de S. Chapman et V. C. A. Ferraro ([3]). Nous avons pris celui du 21 otobre 1952 qui commence à 10 h 10 mn. Les résultats seraient équivalents avec les deux autres orages. Les deux auteurs précités ont étudié toute une série de problèmes en partant de différentes hypothèses simplificatrices. Ils en ont déduit diverses progressions du nuage ionisé et les perturbations magnétiques correspondantes. Mais dans tous ces cas ils ont montré que la face avant du nuage joue le rôle d'un miroir réfléchissant les lignes de force du champ géomagnétique. Or ce résultat permet de déduire expérimentalement la progression de la face avant du nuage à partir d'enregistrements magnétiques dont le déroulement est suffisamment rapide :

Dans le plan de l'équateur géomagnétique, la valeur du champ en gauss est, à la distance ζ exprimée en rayons terrestres $H = 0,33/\zeta^3$. Nous pouvons donc écrire pour le champ de perturbation créé par la face avant du nuage ionisé, située à la distance ζ du centre de la terre $\mathcal{H} = \lambda_{0,33}/(2\zeta)^3$. D'où $\zeta = (K/\mathcal{H})^{1/3}$ et $d\zeta/dt = [-K^{1/3}(d\mathcal{H}/dt)/3\mathcal{H}^{4/3}]$.

λ est un coefficient qui permet de tenir compte de l'énergie absorbée dans la réflexion, de la courbure possible de la face avant, de l'absorption de l'ionosphère et d'autres facteurs que nous négligerons. Aussi prendrons-nous λ égal à 1. Cette approximation a d'autant moins de conséquences que λ intervient à la puissance 1/3 dans les résultats utilisés.

L'enregistrement de la composante Nord dont le déroulement est de 1 cm/mn, donne une courbe qui croît pendant environ 25 s, puis décroît lentement en effectuant des oscillations. Le tout dure environ 360 s (*fig.* 1). La partie crois-

sante du début permet d'obtenir :

$$\frac{d\mathcal{H}}{dt} = (3,46\,t^2 + 25,97\,t + 74,7)\,10^{-9}\,\Gamma/\mathrm{s}.$$

Nous estimerons que l'intervalle de validité de ce développement est $5s < t < 20s$. Pour $20s < t$, la courbe change de forme et il faudrait une nouvelle fonction. Pour $t < 5s$, les déviations sont très petites, l'erreur relative

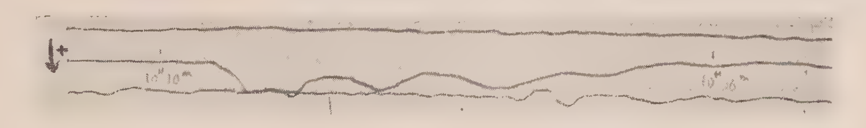


Fig. 1.

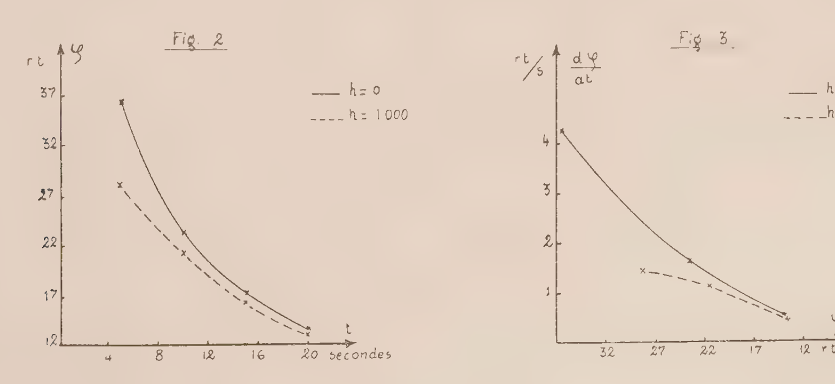
devient importante et l'on ne sait plus si le développement est toujours valable. Nous avons donc dans ce même intervalle

$$\mathcal{H} = (1,15\,t^3 + 12,98\,t^2 + 74,7\,t + h)\,10^{-9}\,\Gamma,$$

$$\zeta = \left(\frac{\mathrm{K}}{\mathcal{H}}\right)^{\frac{1}{3}} = \frac{345\,\lambda^{\frac{1}{3}}}{(h + 74,7\,t + 12,98\,t^2 + 1,15\,t^3)^{\frac{1}{3}}} \quad r.\ t.,$$

$$\frac{d\zeta}{dt} = -\frac{\mathrm{K}^{\frac{1}{3}}}{3\,\mathcal{H}^{\frac{4}{3}}}\,\frac{d\mathcal{H}}{dt} = \frac{115\,\lambda^{\frac{1}{3}}\,(74,7 + 25,97\,t + 3,46\,t^2)}{(h + 74,7\,t + 12,98\,t^2 + 1,15\,t^3)^{\frac{4}{3}}} \quad \mathrm{r.\ t./s.}$$

La valeur de h en Γ est certainement très faible; dans le cadre de cette théorie, elle est positive. Une valeur connue de ζ ou $d\zeta/dt$ à un instant donné, la déterminerait et réciproquement. On peut aussi s'en faire une idée en exprimant que le nuage est freiné par le champ géomagnétique dans l'intervalle $5s < t < 20s$, c'est-à-dire que $[(d/dt)|d\zeta/dt| < 0]$; cette condition donne $h < 1\,000$ ($h = 1\,000$ correspond à $10^{-6}\,\Gamma$).



Nous tracerons donc les courbes deux par deux. La première correspondant à $h = 0$, la deuxième à $h = 1\,000$. La courbe effective devrait se trouver entre les deux, mais sans doute plus près de la deuxième.

La figure 2 représente la variation de ζ en fonction de t.

La figure 3 la variation de $d\zeta/dt$ en fonction de ζ.

On peut faire différentes remarques :

L'effet est sensible à 20 ou 30 rayons terrestres (r. t.). Au temps $t = 20$ s, c'est-à-dire à 13 r. t. on a des vitesses de l'ordre de 0,5 r. t./s $\#$ 3.10[8] cm/s. Elles sont proches de celles observées sur les protons des aurores boréales (4).

Au temps $t = 5$ s, les vitesses sont supérieures à 1,5 r. t./s $\#$ 10^9 cm/s ; or, elles devraient être voisines de la vitesse du nuage quand il n'est pas encore perturbé par le champ géomagnétique. Cette vitesse est généralement prise égale à 10^8 cm/s. Il y aurait là un point intéressant à élucider.

Il faut aussi noter que ces résultats sont comparables à ceux trouvés par G. Grenet (5) pour le début des pulsations temporaires accompagnant les baies. Le mécanisme initial serait-il identique pour les baies et les orages à début brusque ? Les dissemblances s'expliqueraient alors par une différence dans la composition du nuage ionisé et la réaction de l'ionosphère.

Il est certain que le présent travail doit être approfondi. Tamanrasset a beau être une station tropicale, le champ réfléchi a été pris un peu arbitrairement comme étant celui de l'équateur géomagnétique. L'ionosphère n'a pas été prise en considération.

En étudiant un même orage enregistré en des stations réparties à la surface du globe on pourrait peut-être se rendre compte du rôle des différents facteurs négligés et confirmer ou infirmer certains résultats obtenus.

(1) G. Grenet, *Ann. Géoph.*, 5, n° 3, 1949, p. 188.
(2) *International Union of Geodesy and Geophysics, I. A. T. M. E. Bulletin* n° 12 *g*.
(3) *Terrestrial Magnetism*, 36, 1931, p. 77, 171, 186; 37, 1932, p. 147, 421; 38, 1933, p. 79; *J. Geophys. Res.*, 57, 1952, p. 15.
(4) A. B. Meinel, *Astrophys. J.*, 113, n° 1, janvier 1951.
(5) *Comptes rendus*, 240, 1955, p. 448.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations des pigments foliaires en fonction de la carence en azote et du vieillissement chez le Tabac*. Note (*) de MM. **Claude Costes** et **Yves Coïc**, présentée par M. Maurice Lemoigne.

Dans ce travail, nous avons examiné la variation chez le Tabac de la concentration de divers pigments foliaires lors du vieillissement ainsi que sous l'influence d'une déficience de nutrition azotée.

Étaient déterminés : la chlorophylle totale, la chlorophylle *a*, la chlorophylle *b*, l'ensemble des carotènes et l'ensemble des xanthophylles.

Les Tabacs étaient cultivés en pots, sur sable de quartz pur et étaient alimentés par une solution nutritive complète (l'azote étant sous forme nitrique). A partir d'une certaine date (27 septembre), deux lots I et II, continuaient à

être alimentés par la même solution nutritive, tandis que le lot III était alimenté par une solution analogue, sans azote.

Le 27 septembre, un prélèvement de parenchyme foliaire a été fait en double, sur le lot I (des rondelles sont prélevées à l'emporte-pièce symétriquement de part et d'autre de la nervure centrale de feuilles de même âge) et a donné lieu aux dosages « témoin ». Après 19 jours, un prélèvement sur le lot III (prélèvement fait sur des feuilles homologues des précédentes) a permis d'étudier l'effet de la carence en azote, et un prélèvement fait sur le lot II a permis de voir parallèlement, l'action du vieillissement.

A chaque fois, les prélèvements ont été effectués à la même heure de la journée : 11 h 45 m.

Les méthodes d'analyse utilisées sont celles décrites dans des Mémoires ou Ouvrages récents ([1]), ([2]).

Résultats. — Nous n'examinerons ici que les variations relatives des pigments. En faisant les rapports des concentrations d'un pigment pour

$$\frac{\text{prélèvement vieilli}}{\text{prélèvement « témoin »}} \quad \text{puis pour} \quad \frac{\text{prélèvement carencé en azote}}{\text{prélèvement « témoin »}}$$

on met en évidence :

— l'effet du vieillissement seul par le premier rapport

— les effets conjugués du vieillissement et de la carence en azote par le second rapport.

Enfin la comparaison des différents rapports chlorophylle *a*/chlorophylle *b* et xanthophylles/carotènes permet de préciser l'aspect des variations relatives.

Le tableau ci-dessous résume ces résultats :

	Témoin.	Vieillissement	Carence en azote et vieillissement.
Chlorophylles / Chlorophylle témoin	1	0,83	0,6
Chlorophylle *a* / Chlorophylle *a* témoin	1	0,78	0,58
Chlorophylle *b* / Chlorophylle *b* témoin	1	0,96	0,67
Carotènes / Carotène témoin	1	1,09	0,54
Xanthophylles / Xanthophylle témoin	1	0,92	0,64
Chlorophylle *a* / Chlorophylle *b*	2,1	1,70	1,82
Xanthophylles / Carotènes	1,86	1,57	2,21

On voit que les pertes en pigments pendant 19 jours exprimées en pour-cent

du témoin, et imputables à la seule carence en azote et au seul vieillissement se distribuent ainsi :

	Chlorophylles.	Chlorophylles a.	Chlorophylles b.	Carotènes.	Xanthophylles
Vieillissement	—17	—22	— 4	+ 9	— 8
Carence en azote	—23	—20	—29	—55	—28

Le vieillissement provoque une diminution du rapport chlorophylle *a*/chlorophylle *b*, due à une baisse du taux de chlorophylle *a*, la chlorophylle *b* n'étant pratiquement pas atteinte (—4 %). Dans des conditions expérimentales très différentes, F. T. Wolf a trouvé des résultats analogues, concernant les variations de chlorophylles *a* et *b* dans les feuilles automnales de divers arbres ([3]). Les carotènes et les xanthophylles ne semblent pas varier significativement lors du vieillissement : il y a peut-être cependant une légère augmentation du taux des carotènes, celui des xanthophylles baissant légèrement.

La carence en azote a des effets plus spectaculaires : il y a une baisse du taux de chlorophylle *b* (— 29 %), accompagnée d'une baisse moindre du taux de chlorophylle *a* (— 20 %). Mais le phénomène le plus important est la chute nette de la teneur en carotènes totaux et une chute moins accentuée des xanthophylles, ce qui entraîne une augmentation du rapport xantophylles/carotènes. Toutes ces variations se traduisent par un pâlissement de la feuille; c'est le symptôme apparent de la carence en azote, à son début.

Examinons l'action comparée du « vieillissement » et de la carence en azote à la lumière de ce que l'on pense du rôle des pigments dans la photosynthèse. On pense actuellement que l'énergie lumineuse nécessaire à la photosynthèse est absorbée :

1° directement par la chlorophylle *a*, photorécepteur principal ;

2° par les carotènes et la chlorophylle *b*, qui transmettent ensuite cette énergie à la chlorophylle *a* ([4]), ([5]), ([6]).

On attribue aussi à des caroténoïdes un rôle dans le transport d'oxygène. Il y aurait ([7]) un système principal : zéaxanthine → anthéraxanthine → lutéine et un système secondaire β carotène → β carotène monoépoxyde → α carotène fonctionnant activement avec le premier système lorsque la photosynthèse est active.

Le vieillissement d'un végétal chlorophyllien semble donc être caractérisé par la disparition progressive du photorécepteur principal (chlorophylle *a*) tandis que le système photorécepteur intermédiaire (carotènes et chlorophylle *b*) reste à peu près inchangé, tout au moins pendant un certain temps.

Par contre, la déficience sévère en azote a eu pour effet d'amoindrir fortement le photorécepteur intermédiaire, particulièrement les caroténoïdes. Le photorécepteur principal a aussi été atteint, mais relativement moins que le photorécepteur intermédiaire. D'autre part, on trouve que, dans le cas de carence en

azote, corrélativement à la diminution importante du matériel photosynthétique et de l'activité photosynthétique, il y a une diminution frappante du taux des substances qui seraient intéressées au transport de l'oxygène résultant de la photosynthèse, les carotènes étant plus particulièrement touchés. (Il faut souligner que la carence en azote était aiguë, ce qui a eu pour effet de diminuer très fortement la croissance du Tabac carencé par rapport à celui alimenté normalement en azote.

On se rend compte, en l'occurrence, de l'intérêt de l'analyse individuelle des substances du groupe des caroténoïdes.

Il serait évidemment souhaitable de répéter ce type de travail avec d'autres espèces végétales et aussi dans d'autres conditions de milieu (température, lumière, durée du jour) et de nutrition.

(*) Séanee du 25 février 1957,

(1) R. E. Kay et B. Phinney, *Plant Physiology*, 31, n° 3, 1956, p. 226-231.

(2) K. Paech et M. V. Tracey, *Moderne Methoden der Pflanzenanalyse*, Springer-Verlag, Berlin, vol. III et IV.

(3) F. T. Wolf, *Amer. J. Bot.*, n° 43, 9, 1956, p. 719.

(4) L. N. M. Duysens, *Ann. Rev. of Plant Physiol.*, 17, 1956, p. 25-50.

(5) L. R. Blinks, *Ann. Rev. of Plant Physiol.*, 5, 1954, p. 92-114 (108).

(6) R. Limry, J. D. Spikes et H. Eyring, *Ann. Rev. of Plant Physiol.*, 5, 1954, p. 270-340 (293).

(7) Cholnoky et al., *Nature*, 178, n° 4530, 1956, p. 410-411.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Formations de Golgi dans les cellules radiculaires d'*Allium cepa *L.* Note (*) de M. **Roger Buvat**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

L'observation, au microscope électronique, de sections ultrafines de méristèmes radiculaires d'*Allium cepa*, fixés à l'acide osmique tamponné, montre que ces cellules végétales renferment des structures identiques, en plus petit, à l'appareil de Golgi des cellules animales.

Avant l'invention du microscope électronique, les méthodes classiques de la Cytologie « optique » nous avaient fait connaître l'appareil de Golgi dans un grand nombre de cellules animales, y compris les Protistes. Les techniques d'imprégnation argentique ou osmique avaient permis de caractériser les inclusions de Golgi, tant par leurs formes que par leur localisation dans les cellules, et de les distinguer des autres constituants cellulaires, notamment des mitochondries et des vacuoles.

Ces résultats posèrent, voici une trentaine d'années déjà, la question de savoir si l'appareil de Golgi existe, ou non, dans les cellules végétales. Parmi les travaux qui illustrent cette préoccupation, ceux de Guilliermond

et de ses collaborateurs conduisent à des conclusions formelles : à savoir que rien ne permet de reconnaître l'appareil de Golgi dans les cellules des végétaux. Guilliermond [1] montra en effet, sur de nombreux exemples, que les techniques d'imprégnations métalliques, appliquées aux cellules végétales, fournissent des figures d'aspects variés, mais où l'on reconnaît toujours des formes d'altération de constituants cellulaires banaux : chondriosomes et vacuoles. Nous avons également signalé [2] que les inclusions liposolubles du cytoplasme, partiellement détruites après la fixation et l'imprégnation des pièces, se réduisent parfois à des cupules ou à des ménisques osmiophiles dont les aspects simulent étrangement les dictyosomes des cellules animales. Parmi ces figures, disséminées dans tout le cytoplasme, le microscope optique ne permet pas de reconnaître de constituants qui soient étrangers à la fois aux vacuoles, aux chondriosomes et aux inclusions liposolubles.

L'utilisation du microscope électronique a fait connaître les infrastructures des divers constituants du cytoplasme animal et a confirmé la spécificité cytologique de l'appareil de Golgi.

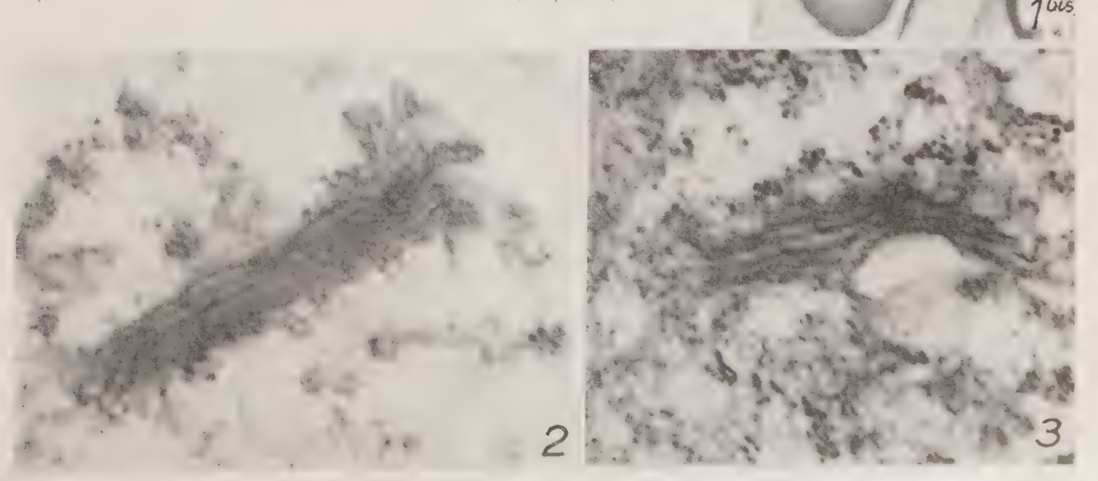
A leur tour, les cellules végétales, en l'espèce les cellules du méristème radiculaire d'*Allium cepa*, viennent de nous fournir des images électroniques révélant des structures golgiennes semblables à celles des cellules animales, mais beaucoup plus exiguës, ce qui explique qu'on ne les observe pas au microscope optique. La figure 1, complétée pour la légende par le médaillon 1 *bis*, montre une aire cytoplasmique, en section ultrafine, où l'on voit côte à côte : des vacuoles *v*, limitées par une membrane double et renfermant des précipités, ce qui est fréquent dans ces méristèmes, des mitochondries ovoïdes (*m*) et une inclusion lamelleuse G, toute différente, qui constitue un système de Golgi. Les figures 2 et 3 montrent la structure de cet élément : on y voit l'empilement de doubles membranes formant des saccules aplaties. Aux extrémités, les sections dessinent de légers renflements en ampoules caractéristiques. Ces structures sont apparemment identiques à celles qu'on observe dans les cellules animales. Elles ne peuvent être confondues avec aucun autre constituant classique du cytoplasme végétal.

En effet, elles se distinguent notamment des lamelles, ou « crêtes » que renferment les mitochondries, lamelles qui, chez l'Oignon, sont sinueuses et paraissent préférentiellement longitudinales (*fig.* 4). La double membrane qui entoure les mitochondries n'existe pas autour des formations de Golgi. Des structures lamellaires d'apparence analogue ont été décrites dans des chloroplastes [Perner [3]], mais, là encore, la membrane plastidale empêche toute confusion. Les cellules présentement en question ne possèdent d'ailleurs pas de plastes différenciés. Enfin, la figure 4 montre, à côté des mitochondries, de nombreux globules liposolubles, normalement

Fig. 1. — Portion de cytoplasme d'une cellule radiculaire d'Oignon, montrant trois catégories de structures, dont la légende est indiquée dans le médaillon 1 *bis*. Fixation à la solution d'acide osmique à 1 % tamponné à pH 7,6. *v*, vacuoles avec précipités dus à la fixation ; *m*, mitochondries ; G, appareil de Golgi (× 32 000).

Fig. 2. — Détail, à plus fort grossissement, de la formation golgienne de la figure 1. On voit les saccules à double membrane et les ampoules aux extrémités (× 70 000).

Fig. 3. — Une autre formation de même structure (× 70 000).



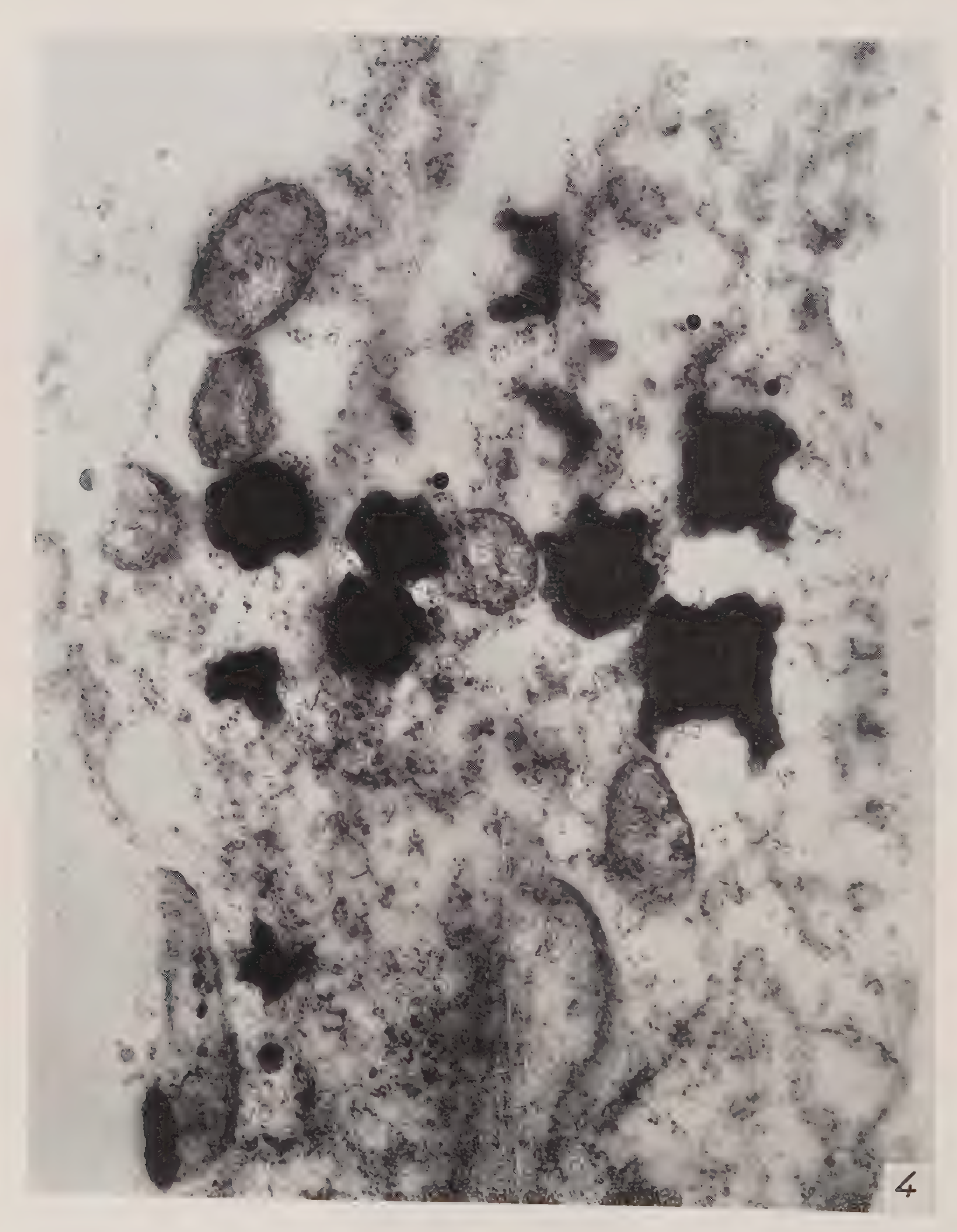


Fig. 4. — Autre fragment cytoplasmique, montrant côte à côte des mitochondries structurées et des inclusions liposolubles, fortement osmiophiles, qui devraient être sphériques, mais sont plus ou moins altérées (× 48 000)

sphériques, mais altérés par l'imprégnation des pièces; ces globules ne sauraient, eux non plus, être confondus avec l'appareil de Golgi.

Cette Note n'est que la simple annonce d'une observation qui devra être complétée et précisée ultérieurement.

(*) Séance du 25 février 1957.
(1) *Rev. Cyt. et Cytophys. végét.*, 1, 1935, p. 197-259.
(2) *Ibid.*, 2, 1937, p. 299-336.
(3) *Z. Naturf.*, 11 *b*, 1956, p. 560-573.

MYCOLOGIE. — *Mise en évidence d'un mucilage dans la paroi des spores du* Trichothecium roseum *Link ex Fr.*. Note de Mme **Jacqueline Nicot** et Mlle **Agnès Leduc**, présentée par M. Roger Heim.

Une publication récente (1) souligne les divergences d'interprétation relatives à la morphologie d'une moisissure pourtant banale et souvent figurée, le *Trichothecium roseum*. La nature sèche ou muqueuse des parois sporales est remise en question, en dépit d'un fait d'observation incontestable : les conidies formées successivement à l'extrémité du sporophore restent associées en un long épi de 12 à 15 éléments. Nous avons déjà signalé (2) l'existence d'une substance muqueuse réunissant la base des spores. S'il est assez rare de trouver un épi en place dans les préparations montées au lactophénol (*fig.* 1), on peut fréquemment observer le mucilage à la base des spores détachées, sous la forme d'une mince pellicule desséchée ou d'un capuchon que souligne la coloration au rouge Congo. Enfin, si l'on prend soin de fixer à l'alcool, avant de les monter en préparations, des cultures sur lames gélosées, on met aisément en évidence des groupes de quatre à six spores ou plus, agglutinées par leurs pointes et, souvent, par les parois latérales en contact (*fig.* 2).

Nature du mucilage. — Elle peut être précisée par l'examen de préparations traitées par divers réactifs colorés. Le rouge Soudan III et le bleu BZL, colorants des lipides, et le rouge de ruthénium, réactif des composés pectiques, ne colorent pas la substance mucilagineuse qui agglutine les spores. Par contre, le bleu C 4B et la rosazurine en solutions acétiques, réactifs de la callose, colorent faiblement les pellicules mucilagineuses accolées à leur base. Enfin, les réactifs de la cellulose et des substances chitinoïdes donnent des résultats positifs : la réaction au vert Janus est assez inconstante, mais le rouge Congo souligne franchement le mucilage à la base des spores et aux points de contact de leurs faces latérales; l'encre stylographique (Waterman noire, ou bleu-noir) fournit une coloration bleue particulièrement nette (3). Il semble donc que la substance mucilagineuse soit de composition complexe : la callose s'y trouverait

associée à des composés cellulosiques, ou plus probablement chitinoïdes, comme dans les membranes de beaucoup de Champignons inférieurs.

Structure de la paroi sporale; localisation du mucilage (*fig.* 3). — Les préparations colorées pour la mise en évidence du mucilage permettent également d'analyser la structure des parois. Les observations sont facilitées par l'emploi des colorants acétiques, qui gonflent les membranes. L'encre Waterman, qui plasmolyse légèrement les cellules, s'est révélée, dans ce cas particulier, un excellent réactif.

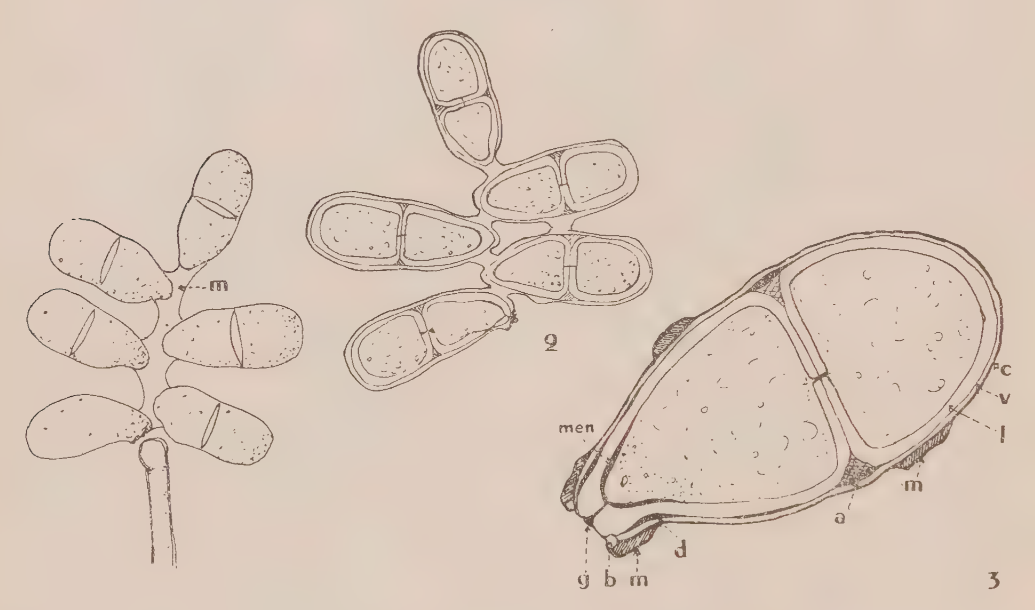


Fig. 1. — Épi de *Trichothecium roseum* en place (× 900).

Fig. 2. — Groupe de spores fixées par l'alcool (× 1200).

Fig. 3. — Détail d'une spore (schématique).

m, mucilage; *c*, cuticule; *v*, vagina; *l*, locula; *a*, anneau interloculaire; *b*, bourrelet réfringent; *g*, globule amyloïde; *d*, dépôt intermembranaire; *m*, ménisque chromophile.

La paroi de la spore est essentiellement constituée par une membrane externe continue ou *épispore* (= *vagina* suivant la terminologie de M. Chadefaud), elle-même limitée extérieurement par une *cuticule* mince, fragile, colorée intensément par le vert Janus, l'encre Waterman et le bleu coton acétique; par une membrane interne ou *endospore*, qui forme une *locula* distincte autour de chacune des deux cellules; et par un *anneau interloculaire* situé entre les deux loculas, sous l'épispore, et qui apparaît, en coupe optique longitudinale, sous la forme de deux triangles diamétralement opposés. La facette d'insertion de la spore sur le conidiophore est délimitée par un bourrelet réfringent et percée en son centre de la ponctuation hilaire, généralement obturée par un globule amyloïde.

Cette structure schématique se complique de dépôts situés à divers niveaux :

1° dans le bourrelet de la base de la spore, la cuticule est séparée de l'épispore par une substance qui présente les réactions du mucilage : coloration au rouge Congo, au Waterman, et généralement au bleu coton acétique, et qui se répand à l'extérieur, soit au moment de la déhiscence de la spore, soit par des déchirures de la cuticule;

2° cette même substance remplit également, sur la paroi latérale de la conidie, des boursouflures de la cuticule, de forme lenticulaire ou tabulaire; elle assure alors l'adhérence de deux spores superposées de l'épi;

3° dans l'anneau interloculaire se différencient des granules fortement colorables par le bleu acétique et l'encre Waterman, qui, en coupe optique, soulignent la face externe des triangles interloculaires; des formations analogues s'observent aussi en traînées discontinues sur le reste de la spore, surtout vers sa base;

4° enfin, le cytoplasme de la cellule inférieure est coiffé, à sa pointe, d'un ménisque colorable au vert Janus, à l'encre Waterman, et souvent au rouge Congo.

Ainsi, la substance muqueuse qui assure la cohésion de l'épi du *Trichothecium roseum* a son origine dans la paroi sporale, entre l'épispore et sa cuticule; les réactions colorées qui la caractérisent suggèrent une analogie avec les formations membranaires plus profondes et avec la cuticule.

(1) C. T. INGOLD, *Trans. Brit. Mycol. Soc.*, 39, 1956. p. 460-464.

(2) A. LEDUC, *Recherches sur la flore fongique des graines des lins*, Diplôme d'Études supérieures de Botanique, Paris, 1956.

(3) L'emploi de l'encre Waterman comme réactif coloré des membranes nous a été suggéré par M. Chadefaud, qui l'applique avec succès à l'examen de l'appareil apical des asques, chez les Diaporthales et les Sordariales.

MYCOLOGIE. — *Étude morphologique et physiologique d'un* Aspergillus *nouvellement isolé au cours d'une affection pulmonaire de l'Homme.* Note de M. **René Morquer** et Mme **Lise Enjalbert**, présentée par M. Roger Heim.

Des prélèvements endobronchiques ont conduit à l'isolement d'un *Aspergillus* à mycélium blanc, pigmenté tardivement en rose, formant des capitules conidiens et des conidies identiques à ceux de l'*Aspergillus carneus*. Il présente un dimorphisme de l'appareil conidien. Il se montre pathogène par ingestion et par inhalation, producteur de toxine thermolabile nécrosante et de substance irritante à action localisée.

Les *Aspergillus* pathogènes peuvent se rencontrer dans toutes les cavités naturelles de l'Homme et des animaux, ainsi que dans des plaies cutanées. Il est cependant difficile d'établir un rapport de causalité entre la présence

des espèces de ce genre et la production de pareilles lésions, car ces champignons vivent aussi en saprophytes dans le sol ou sur des substances organiques très variées.

Leurs spores abondantes et ténues comptent parmi les contaminants les plus répandus, dans les laboratoires aussi bien que dans les locaux où s'exercent certaines industries (malteries, brasseries), dans les exploitations où se poursuivent les élevages d'animaux granivores, et plus généralement dans les lieux où l'on manipule les semences des Graminées, ainsi que les issues provenant de leur battage ou de leur trituration. Nous avons observé ces microorganismes sur des caryopses altérés par des fermentations bactériennes, lors des transports par mer ou du stockage dans une atmosphère humide.

Les *Aspergillus* achèvent parfois la désagrégation des tissus ébauchée par d'autres agents pathogènes, par exemple dans le cas des onyxis où ils interviennent rarement au cours de l'infection primaire.

Leur ubiquité et l'action inhibitrice qu'ils exercent sur d'autres micromycètes conduisent à interpréter avec circonspection leur rôle dans les mycoses de l'Homme et des animaux. On ne saurait donc affirmer leurs aptitudes parasitaires sans les avoir démontrées expérimentalement. La possibilité de contamination de l'Homme par les animaux confère un intérêt marqué aux mycoses qui atteignent ceux-ci, particulièrement à celles des Oiseaux, souvent atteints par des affections pulmonaires. Les agents pathogènes qu'on y rencontre sont le plus souvent :

A. fumigatus Fres. (60% de ces mycoses); *A. fischeri* Wehmer; *A. nidulans* (Eidam) Winter; *A. flavus* Link; *A. niger* Van Tieghem; beaucoup plus rarement *A. terreus* Thom, certaines souches d'*A. glaucus* Link, *A. amstelodami* (Mangin) Thom et Church et *A. bouffardi* Brumpt.

Plusieurs prélèvements endobronchiques effectués chez un malade souffrant de bronchite [et hospitalisé au Sanatorium de Purpan (Haute-Garonne) dans le service du Docteur Cantegril] nous ont permis d'isoler à l'état pur un *Aspergillus* peu répandu, et dont les aptitudes pathogènes étaient ignorées jusqu'ici. Cultivé sur carotte et sur milieu de Sabouraud à 37°, il forme dès le deuxième jour de nombreux capitules conidiens. Ceux-ci se présentent d'abord en masses opaques, ovoïdes-oblongues presque cylindriques, portées par des pédicelles hyalins.

La vésicule, renflement terminal du conidiophore, est piriforme et mesure de 12 à 30 μ de longueur sur 12 à 25 μ de largeur. Elle est couverte, à l'hémisphère supérieur, de stérigmates densément serrés et recourbés vers le haut.

Les conidies sont disposées en files serrées, en colonnettes compactes. Ces spores ont une forme sphéroïdale, leur paroi est lisse, hyaline; elles mesurent de 2,2 à 2,5 (à 3) μ de diamètre.

Ce champignon cultivé comparativement sur gélose de Czapek, de Sabouraud et sur tubercule de Carotte, produit un mycélium blanc épais, qui se pigmente en rose très pâle, à partir du huitième jour. Une comparaison méthodique avec les formes blanches ou faiblement colorées des principaux groupes d'*Aspergillus* permet de les caractériser : la forme cylindrique des capitules conidiens rappelle par son galbe (mais à l'échelle microscopique) l'inflorescence d'un *Alopecurus* ou celle d'un *Typha*. D'autre part, les stérigmates sont ordinairement répartis sur deux rangées, mais avec de grandes variations de taille. Ces deux caractères réunis permettent de distinguer les fructifications de ce champignon, de celles de l'*A. fumigatus* dans ses formes blanches. Ces traits morphologiques lui assignent une place dans le groupe *terreus*. Mais sa croissance est plus rapide que celle d'*A. niveus*, son mycélium est plus floconneux, sans irradiation au cours de son extension. La conformation générale de sa fructification conidienne, les dimensions de toutes ses parties, enfin sa pigmentation, conduisent à rapporter ce micromycète à l'espèce *A. carneus* Blochwitz.

Nous avons mis en évidence un dimorphisme curieux de l'appareil conidien, offrant tous les intermédiaires entre des fructifications cylindriques de grande taille, et de plus courtes, globuleuses à stérigmates unisériés et à stipes plus courts, parfois ramifiés.

Ce dimorphisme dépend de la nutrition du champignon, une carence relative d'aliment tendant à la simplification des conidiophores.

Le pouvoir pathogène de l'*Aspergillus carneus* a fait l'objet d'une expérimentation, suivie par deux voies différentes chez le *Melopsittacus undulatus* Shaw : A. par ingestion de grains de millet infectés en culture pure; B. par inhalation de spores mises en suspension par une soufflerie. Dans les deux cas, la mort des Oiseaux est survenue dans un délai de 34 à 70 h après l'ingestion, et au bout des cinq jours qui suivaient l'inhalation des germes.

L'étude anatomopathologique nous a permis de déceler : 1° une congestion intense du poumon avec hémorragie alvéolaire, sans obstacle matériel imputable à l'intervention du thalle filamenteux; 2° une congestion assez intense de l'intestin.

A la différence d'*A. carneus*, deux autres espèces du même genre, *A. niger* et *A. fumigatus* avaient provoqué expérimentalement des lésions complexes d'atélectasie et d'œdème sans réaction macrophagique de la paroi.

Ces lésions s'observaient à la fois chez l'Oiseau et chez la Souris. De plus, l'*A. fumigatus* a déterminé chez cette dernière une congestion intense des glomérules sans réaction de la capsule de Bowmann.

Les rétrocultures obtenues à partir du sang du cœur se sont montrées positives en ce qui concerne *A. carneus*.

La contamination d'un individu à l'autre peut s'effectuer par l'intermédiaire des excréta. L'animal ainsi contaminé montre alors des accès de somnolence séparés par des intervalles actifs, suivis de rémission. La formation vraisemblable d'anticorps provoque alors l'immunité. Ces expériences prouvent que l'*Aspergillus carneus* est toxique par ses conidies et que celles-ci peuvent pénétrer dans l'organisme soit par ingestion, soit par inhalation.

Nous avons extrait les toxines sécrétées par le champignon, d'après la méthode suivante : le mycélium de l'*A. carneus* développé sur le milieu de Czapek, prélevé au quatrième jour de culture, a été finement broyé au mortier stérilisé. Ce mélange, lavé à l'eau distillée, a subi une centrifugation. Nous avons traité distinctement deux fractions du produit. L'une a été chauffée à l'autoclave pendant 20 mn à 120°, l'autre, placée sous l'éther pendant 48 h à la glacière.

Remises en suspension dans 10 cm^3 d'eau stérile, ces deux fractions ont été inoculées séparément à un Lapin, à raison de 0,5 cm^3 par injection intradermique.

Au bout de quatre jours, au point de contact de l'extrait autoclavé, s'était développée une papule atteignant 5 mm de diamètre.

La réaction du derme au produit non chauffé était d'une nature différente de la précédente : autour du point d'inoculation se produisait une escarre de 1 à 2 cm de diamètre limitée par une zone périphérique livide.

La papule produite par la substance chauffée se cicatrisait au 10e jour. Au contact de l'extrait non autoclavé, une croûte se formait sur l'emplacement de l'escarre; la cicatrice disparaissait au 15e jour. Le mycélium fertile renferme donc un principe toxique thermolabile (détruit à 120° en 20 mn) et une substance irritante qui résiste à la chaleur humide, mais dont l'action est localisée et superficielle.

Le composé thermolabile exerce au contraire une action nécrosante plus profonde, qui ne dépasse pas cependant le derme et finit par se cicatriser.

L'*Aspergillus carneus* ne peut contaminer expérimentalement les phanères et ne cause donc pas de mycose du type de l'onyxis.

PHYTOPATHOLOGIE. — *Localisation des enzymes oxydants chez l'Œillet cultivé.*

Note de Mme **Mireille Moreau**, présentée par M. Roger Heim.

Divers tests colorés, notamment à l'hydroquinone et à la teinture de gaïac, permettent de situer les tissus les plus riches en oxydases et peroxydases : parenchymes corticaux, liber, parenchymes ligneux non lignifiés; les cellules sclérifiées ne réagissent plus. L'abondance de parenchyme non lignifié, à réaction enzymatique positive, dans le bois du collet de l'œillet des fleuristes, variété *Anita*, aide à expliquer son mécanisme de défense aux attaques des parasites vasculaires.

Nous avons précédemment signalé ([1]) l'analogie qui existe entre les réactions de défense que déclenche une attaque fongique vasculaire sur une variété d'œillets des fleuristes (*Dianthus caryophyllus*) relativement résistante (*Ophelia*, *Anita*), et celles qu'on peut observer chez un œillet malade (*Candide*) ayant subi des pulvérisations quotidiennes de dichloro-(*m. p*) crésoxypentaéthylène glycol. Nous émettions alors l'hypothèse ([2]) que la molécule hydrolysée du produit subissait une oxydation dans la plante qui fournissait à celle-ci un acide 2.4-dichlorométhylphénoxyacétique agissant alors, *in situ*, comme une substance de croissance.

Il nous a donc paru utile de rechercher la présence et la localisation des oxydases dans l'œillet. Cette recherche s'est faite au moyen de réactions colorées qui se sont contrôlées mutuellement ([3]).

1. Présence des enzymes oxydants. — Des œillets entiers, coupés très finement, sont placés dans leur volume d'eau. Quelques heures après, s'il est ajouté au filtrat quelques gouttes de teinture de gaïac émulsionnée, la réaction est négative; des traces d'eau oxygénée du commerce suffisent pour qu'un beau pigment bleu se développe. Une solution alcoolique d'α-naphtol, en présence d'eau oxygénée, développe une coloration lilas. Ces deux réactions sont sensibles à la présence de peroxydases. Un extrait aqueux de 24 h bleuit directement la teinture de gaïac sans l'intervention de l'eau oxygénée : ce bleuissement est alors lié à la présence d'oxydases.

2. Localisation des enzymes oxydants dans les tissus. — 1° *Oxydation de l'hydroquinone par l'eau oxygénée en présence de peroxydases.* — Cette technique préconisée par P. Duquénois et T. Guth ([4]), puis P. Duquénois, G. Gazet du Chatelier et T. Guth ([5]) permet une localisation histologique assez précise des peroxydases par la formation de cristaux de quinhydrone d'un brun rouge presque noir.

Les coupes fines, au rasoir, d'œillets fraîchement arrachés, sont séchées à l'air. Quelques gouttes d'hydroquinone sont déposées en évitant de mouiller la face supérieure de la coupe. Quand la cristallisation est faite, une goutte d'eau oxygénée introduite sous la lamelle fait noircir les cristaux en contact avec la peroxydase. Nous avons opéré sur des œillets de variétés et d'âges différents (*Boréal* de 2 ans, *Boréal*, *Versailles*, *Anita* et *Saint-Christophe* de 10 mois); les localisations sont les mêmes et se traduisent ainsi :

Racines. — La réaction est très intense dans le parenchyme cortical, le liber et le parenchyme ligneux le plus externe. La cristallisation est moins abondante au centre de la racine.

Collet. — La réaction est très intense dans le parenchyme cortical, le liber, le parenchyme ligneux non lignifié (indépendamment du tissu de

formation récente, il subsiste des cellules non lignifiées dans toute l'épaisseur du bois en plages plus ou moins étendues selon la variété de l'œillet).

Tige primaire. — La cristallisation est faible dans le parenchyme cortical, mais elle est abondante au niveau du sclérenchyme en cours de différenciation et tout particulièrement là où se différenciera l'assise subérophellodermique ainsi que dans le liber. La réaction est faible dans le bois primaire sauf à la limite de ce tissu avec la moelle où elle est intense. Quelques cristaux se forment dans la moelle.

Feuilles. — Dans les feuilles âgées, la réaction légère dans le parenchyme est intense autour du sclérenchyme protégeant les faisceaux libéro-ligneux et dans le liber. La réaction est identique dans les jeunes feuilles.

Pétales. — L'onglet donne une réaction active.

2° *Oxydation de la teinture de gaïac.* — La coloration directe à la teinture de gaïac est rapide mais très diffuse, aussi n'est-elle pas favorable à une localisation précise des oxydases.

La réaction à la teinture de gaïac en présence d'eau oxygénée permet une localisation des peroxydases superposable à celle obtenue avec l'hydroquinone.

Nous avons observé une coloration d'ensemble d'un bleu plus intense dans les coupes de collet de l'œillet *Anita.* Nous avons signalé que ce sont les tissus non encore ou peu lignifiés qui semblent contenir les peroxydases, au moins en quantité décelable aux réactions colorées. Cette remarque a attiré notre attention sur la grande différence qui existe dans le degré de lignification du parenchyme ligneux de variétés d'œillets différentes, du même âge, cultivés dans les mêmes conditions. La presque totalité des cellules du bois se colore en bleu chez *Anita.* La bonne résistance de cet œillet aux attaques spontanées du *Fusarium roseum* (Lk.) Sn. et H. (*avenaceum*) et aux infections expérimentales du *Phialophora cinerescens* (Wr.) v. Beyma semble liée à cette particularité de son tissu conducteur : celui-ci garde longtemps, dans la majorité de ses cellules, son activité enzymatique entre autres. C'est un moyen efficace de défense au moment où les vaisseaux subissent l'invasion des parasites et l'émission de leurs toxines. La production abondante et rapide de gommes brunes obturant les vaisseaux, que nous signalions comme une défense efficace [1], s'explique ainsi facilement.

3° Nous avons essayé le test de l'oxydase de Mc Leod : une solution aqueuse de chlorhydrate de *p*-diméthylphénylène diamine se colore en rose en présence de tyrosinase. Sur coupes d'œillets, les cellules lignifiées (anneau de sclérenchyme, cellules lignifiées du parenchyme ligneux, vaisseaux du bois) se colorent sélectivement d'un beau rose. Comme cette localisation ne se superpose pas aux précédentes et que ce test, commun en microbiologie, ne semble pas avoir été utilisé en histologie végétale, nous signalons le résultat sans l'interpréter.

(1) M. Moreau, *Comptes rendus*, 242, 1956, p. 2855.
(2) M. Moreau, *Thèse Sciences*, Paris, 11 mai 1956, 309 pages.
(3) N. Wattiez et F. Sternon, *Éléments de Chimie végétale*, 2e éd., 1942, p. 71 et 763-773.
(4) *Comptes rendus*, 233, 1951, p. 499.
(5) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 35, 1953, p. 1217-1224.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les sucres liés aux phosphatides du foie de Lapin.*
Note (*) de M. **René Agid**, présentée par M. Robert Courrier.

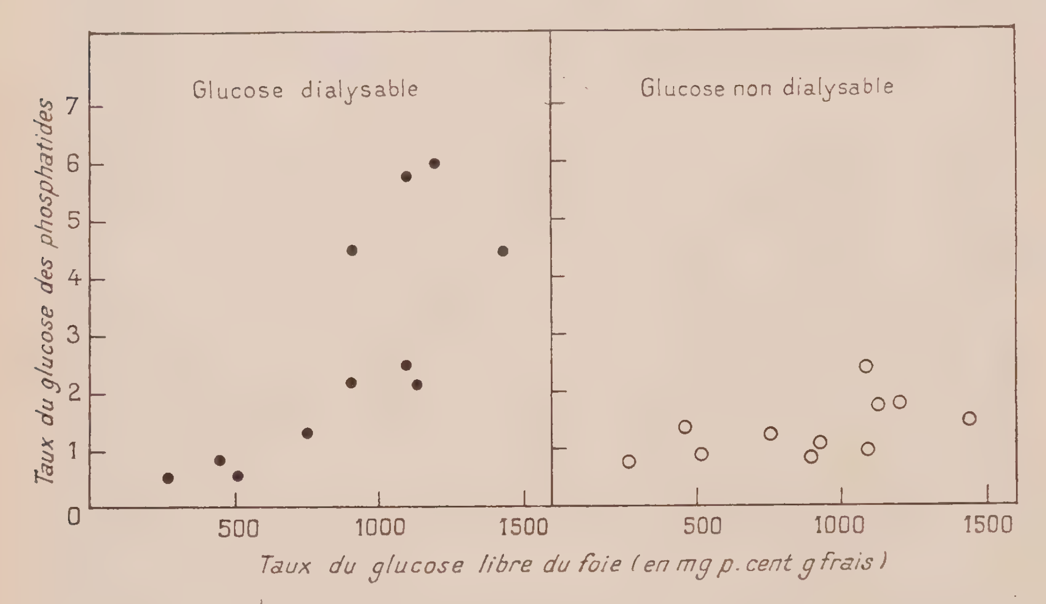
Les phosphatides bruts du foie contiennent 2 à 8 % de sucre dont une grande partie peut être éliminée par dialyse; il reste toutefois une fraction de sucre non dialysable liée aux lipides. La dialyse élimine aussi des composés phosphoriques et le rapport des acides gras au phosphore devient alors voisin de 2.

Les phospholipides bruts extraits des tissus contiennent de nombreuses impuretés (acides aminés, urée, etc.) et l'on a même signalé, en dehors des galactolipides, l'existence de composés lipidiques riches en sucres. On avait isolé ainsi du foie un composé contenant entre autres des acides gras, du phosphore, une base azotée et des quantités importantes de glucose (1), (2), et l'on avait pensé qu'il s'agissait d'un composé défini auquel on avait donné le nom de « jecorine ». Des expériences ultérieures (3), (4) ont montré qu'il s'agissait simplement de phosphatides ayant solubilisé des glucides. Ce glucose contenu dans les phosphatides présentait un intérêt nouveau du fait que nous avons montré que le foie du Lapin contient régulièrement, même après un jeûne de quelques jours, des quantités importantes de glucose libre (en moyenne 1 g %). On pouvait se demander alors s'il existait une relation entre ce glucose libre du foie et le glucose trouvé avec les phosphatides.

Nous séparons les phosphatides hépatiques des lipides totaux extraits du foie par une précipitation dans l'acétone glacé et reprise par le benzène anhydre. L'hydrolyse sulfurique des phosphatides et le dosage du sucre total après défécation par la méthode de Schaffer Somogyi, montre que le taux des glucides dans les phosphatides est très variable et peut atteindre des valeurs élevées : jusqu'à 8,4 % des phosphatides, soit plus de 400 mg % frais de foie. Les phosphatides du foie peuvent donc contenir plus de sucre que le sang entier de l'animal.

Pour voir dans quelle mesure ces sucres étaient liés aux lipides, nous avons émulsionné ces derniers dans l'eau distillée et dialysé cette émulsion pendant plusieurs jours contre de l'eau à 0°, méthode déjà employée par d'autres auteurs (5). On constate alors que la plus grande partie du sucre passe dans le liquide de dialyse, soit 0,5 à 6 % des phosphatides. Nous confirmons ainsi, en utilisant du benzène anhydre, cette propriété étonnante des phospholipides de solubiliser des quantités variables et souvent

importantes de glucides. Toutefois, une partie non négligeable du sucre total reste fixée aux phosphatides et ne peut en être séparée que par hydrolyse; elle représente une quantité comprise entre 0,8 et 2 % des phospholipides. Il s'agit vraisemblablement là de sucres qui entrent dans la constitution des galactolipides.



Augmentation parallèle du glucose libre du foie et du glucose dialysable des phosphatides.

Nous avons cherché si la quantité du sucre non dialysable, c'est-à-dire lié aux phosphatides, variait en fonction de conditions physiologiques déterminées (jeûne, effet de l'insuline); nous n'avons pas trouvé de relation. Par contre il existe une corrélation nette (*fig.* 1) entre la valeur du glucose dialysable des phosphatides et celle du glucose libre du foie, tel que nous le déterminons après extraction à l'alcool à 50 % et défécation ([6]). Ainsi plus le foie est riche en glucose, plus les phosphatides contiennent de glucose entraîné. La liaison entre ce glucose dialysable et les phosphatides se réalise peut-être au cours des extractions, mais il est aussi possible qu'elle existe déjà dans la cellule vivante et dans ce cas cette association présente un intérêt physiologique évident.

Nos recherches, en accord avec d'autres auteurs ([7]), ([8]), nous ont montré que le liquide de dialyse des phosphatides hépatiques contient aussi des composés phosphoriques. Dans un travail antérieur sur la composition des phosphatides hépatiques ([9]) nous avions trouvé dans les phosphatides bruts un rapport acides gras/P voisin de 1,7 au lieu de la valeur théorique de 2 pour la lécithine et la céphaline, c'est-à-dire un excès de composés phosphoriques. Nous avons constaté que par dialyse les phosphatides

perdent en moyenne 15 % du phosphore, fraction d'ailleurs presque entièrement sous forme organique. Une partie importante doit être constituée par l'acide glycérophosphorique dont nous avions constaté la présence en excès (9). Le rapport acides gras/P devient alors très voisin de 2. La dialyse se présente ainsi comme un moyen simple de purification des phospholipides.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) E. Drechsel, *J. Prakt. Chem.*, 33, 1886, p. 425.
(2) P. Manasse, *Z. physiol. Chem.*, 20, 1895, p. 478.
(3) M. Siegfried et H. Mark, *Z. physiol. Chem.*, 46, 1905, p. 492.
(4) E. Terroine et A. Mayer, *B. B.*, 4 mai 1907, p. 773.
(5) J. Meinertz, *Z. physiol. Chem.*, 46, 1905, p. 376.
(6) R. Agid, *Comptes rendus*, 237, 1953, p. 1777.
(7) J. Folch, *J. Bioch. Chem.*, 177, 1949, p. 505.
(8) R. G. Sinclair, *J. Bioch. Chem.*, 174, 1948, p. 343.
(9) Th. Cahn, J. Houget et R. Agid, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 31, 1949, p. 766-778.

ENDOCRINOLOGIE. — *Réponses vasopressive, ocytocique et antidiurétique à des applications de 2-[naphtyl-(1')-méthyl]-imidazoline sur l'écorce cérébrale du Lapin.* Note (*) de M. **Antonio Chamorro**, présentée par M. Antoine Lacassagne.

Deux analogues de l'adrénaline sont essayés en application locale sur l'écorce cérébrale du Lapin : la 2-[naphtyl-(1')-méthyl]-imidazoline provoque les trois réponses de type post-hypophysaire ; l'éphédrine est inactive.

Comme suite à son application locale sur l'écorce cérébrale, chez le Lapin, l'adrénaline déclenche des réactions de type post-hypophysaire (1), (2). En prenant comme exemple les substances œstrogènes naturelles et artificielles qui, tout en étant de constitutions chimiques très différentes, ont en commun l'identité de leur action sur le vagin et sur d'autres récepteurs, nous nous sommes demandé si les corps ayant les mêmes propriétés pharmacodynamiques que l'adrénaline (I), ne seraient pas aussi capables de stimuler le cortex cérébral et de produire les mêmes effets.

Parmi ces substances, nous en avons choisi deux : l'une, l'éphédrine (II), alcaloïde ayant une formule chimique voisine de celle de l'adrénaline (sous la forme de chlorhydrate, l'éphédrine est très soluble dans l'eau et sa solution reste stable); l'autre, la 2-[naphtyl-(1')-méthyl]-imidazoline (III), (N.M.I.), de formule chimique différente, appartenant à une série de dérivés aromatiques de l'imidazoline, substance très étudiée dans ses propriétés pharmacodynamiques (3), (4), (5), (6). Employée sous la forme de nitrate, elle est soluble dans l'eau et la solution ne s'altère ni à l'air, ni à la lumière.

Pour leurs essais, ces corps, en solution à 5 % dans le sérum physiologique tiède, sont appliqués sur la région fronto-pariétale de l'écorce cérébrale d'une vingtaine de lapins mâles et femelles. Un carré de papier filtre de 4 à 5 mm de côté, trempé dans la solution à essayer, est égoutté et appliqué pendant 30 s. Les autres conditions expérimentales ont été décrites précédemment ([1]), ([2]), ([7]).

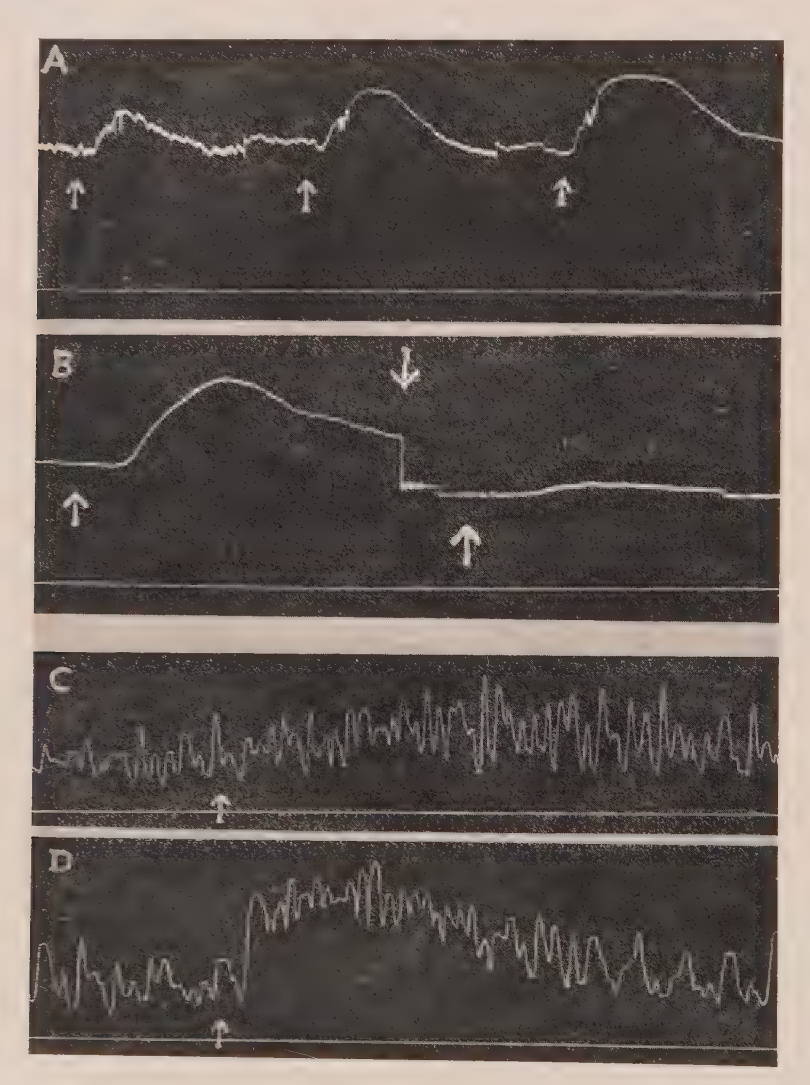


Fig. 1. — En ↑ : Application d'une solution à 5 % de N. M. Imidazoline sur la région fronto-pariétale de l'écorce cérébrale du Lapin, d'une durée de 30 s.

Pression artérielle.

Tracé A : Trois applications, espacées de 15 mn. Sensibilisation.

Tracé B : Deux applications; en ↓, 10 mn avant la deuxième application, administration intrapéritonéale de chlorpromazine (1 mg/kg). Inhibition de l'effet vasopressif.

Contractions de l'utérus in situ.

Tracés C et D : Deux applications espacées de 30 mn. Sensibilisation.

Ces expériences nous ont montré que l'éphédrine est dépourvue d'activité, même sur une région du cortex déjà sensibilisé par des applications répétées d'adrénaline; par contre, la N.M.I. est très active pour déclencher les réponses vasopressive, ocytocique et antidiurétique. Les applications

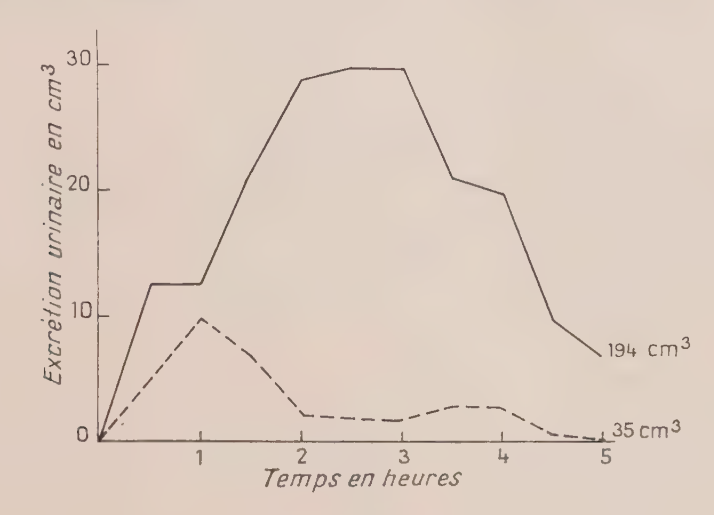


Fig. 2. — Épreuve de diurèse chez le Lapin.

——— Témoins.

----- Traités par applications de N. M. Imidazoline sur l'écorce cérébrale.

répétées sur la même région, espacées de 15 mn pour la réaction vasopressive, et de 30 mn pour la réaction ocytocique, provoquant une sensibilisation qui aboutit à des réponses plus intenses. Cette sensibilisation n'est

HO— HO— ⟨C₆H₃⟩ —CHOH CH$_2$—NH—CH$_3$

(I)

⟨C₆H₅⟩ —CHOH CH⟨NH—CH$_3$, CH$_3$⟩

(II)

⟨C$_{10}$H$_7$⟩ —CH$_2$—C⟨NH—CH$_2$, N—CH$_2$⟩

(III)

Fig. 3.

pas transmise à la région homologue de l'hémisphère cérébral opposé. Les applications de cette substance sur les muscles et la conjonctive palpébrale, faites dans les mêmes conditions que pour le cortex cérébral, ne sont pas suivies d'action.

La chlorpromazine administrée à la dose de 1-2 mg/kg par la voie intrapéritonéale, 10 mn avant l'application corticale de N.M.I., inhibe complètement la réponse hypertensive. A la dose de 2,5-5 mg/kg elle abolit aussi la réponse antidiurétique. Cette drogue semble agir par blocage diencéphalique. L'étude de l'action de cette substance sur la réponse ocytocique reste à faire.

(*) Séance du 25 février 1957.

[1] A. Chamorro et B. Minz, *Comptes rendus*, **240**, 1955, p. 1368.

[2] A. Chamorro, *Comptes rendus*, **244**, 1957, p. 1069.

[3] M. Hartmann et H. Isler, *Arch. exper. Phatol. und Pharm.*, **192**, 1939, p. 141.

[4] R. Meier et R. Müller, *Schweiz. med. Wschr.*, **71**, 1941, p. 554.

[5] B. Pellmont, *Schweiz. med. Wschr.*, **74**, 1944, p. 1314.

[6] R. Meier, *Helv. Physiol. Pharm. Acta*, **4**, 1946, p. 69.

[7] A. Chamorro et B. Minz, *C. R. Soc. Biol.*, **150**, 1956, p. 299.

ENTOMOLOGIE. — *Sur la fondation du nid chez* Halictus marginatus (*Brullé*) (*Insecte Hyménoptère*). Note (*) de Mlle **Cécile Quenu**, présentée par M. Pierre-P. Grassé.

La fondation du nid est, chez *Halictus marginatus*, l'œuvre d'une femelle unique : cette femelle a passé l'hiver dans son nid natal en compagnie de ses sœurs, après avoir été fécondée, comme elles, à l'automne. Le nombre des femelles fondatrices varie d'un nid à l'autre et peut dépasser la centaine.

Les nids qui, au printemps, abritent les fondatrices, sont des nids âgés, parvenus au terme de leur croissance [1]. Ils ont produit, l'année précédente, des mâles et des femelles. Ils se sont ouverts à l'automne. Les mâles en sont sortis, ont fécondé les femelles, puis sont morts. Seules subsistent les femelles. A la différence des nids plus jeunes, qui se signalent au dehors par des cheminées en terre de hauteurs diverses, ces nids âgés s'ouvrent au ras du sol par de simples orifices à contours nets. Les femelles fécondées ne se livrent à aucun travail dans les nids qu'elles vont bientôt quitter. Elles les ouvrent simplement au début du printemps, ce qui explique l'absence de déblais à l'entrée des terriers.

C'est le 1er avril qu'a eu lieu, en 1956, la première sortie des femelles fécondées. Elles explorent, en voletant et surtout en marchant, les environs du nid qu'elles viennent de quitter. Certaines d'entre elles, si les conditions sont favorables, commencent aussitôt à creuser un terrier pour leur propre compte au voisinage de leur nid d'origine qu'elles abandonnent définitivement. Les autres ne creusent pas pendant la journée et retournent dans le nid natal, qui ne se vide donc pas brusquement, à la suite d'une sortie massive des femelles fécondées, mais très progressivement. Pendant

tout le mois d'avril 1956, nous avons noté des fondations de nouveaux nids. Ces fondations peuvent être nombreuses dans une seule journée (jusqu'à 107 après une forte pluie). Les nids qui disparaissent chaque année, c'est-à-dire ceux d'où sont issues les femelles fécondées, sont bien moins nombreux que ceux qui apparaissent par fondation nouvelle. Il en résulte une croissance de la « bourgade », que nous avons observée au cours des trois précédentes années. La « bourgade » comptait 200 nids en 1954, 400 en 1955, plus de 1000 en 1956.

La femelle fécondée qui a quitté le nid natal commence à creuser son propre nid à partir de la surface du sol. Remarquons que, dans l'espèce *marginatus*, seules les jeunes fondatrices creusent ainsi des nids nouveaux. Les femelles vierges des nids âgés de deux ans au moins habitent le nid où elles sont nées et ne font qu'agrandir une construction préexistante.

Le nid creusé par la fondatrice est simple. Un conduit s'enfonce dans le sol à peu près verticalement, jusqu'à une profondeur de 35 à 40 cm. Les cellules sont placées de part et d'autre de ce conduit dans lequel elles débouchent directement. Les plus hautes sont situées à environ 25 cm de la surface du sol. Elles sont simplement creusées dans la terre argileuse et n'ont pas de paroi propre. Sur six fondations examinées au cours des deux précédents étés, nous avons obtenu en ce qui concerne la descendance des fondatrices : 2, 3, 3, 4, 4 et 6 femelles. Le chiffre approximatif de 5 à 10 femelles pour la première ponte de la fondatrice, que nous avons donné dans notre première publication, est nettement trop élevé.

Le mode de fondation de *Halictus marginatus* est donc de type banal et ressemble, à première vue, à celui de n'importe quelle Abeille solitaire. Une femelle fécondée unique construit un nid de structure simple, comportant quelques cellules dans lesquelles elle emmagasine le pollen et dépose ses œufs. Cependant, certaines de ses particularités biologiques éloignent cet *Halictus* des espèces solitaires :

1° la fondatrice approvisionne toutes ses cellules avant de commencer à pondre;

2° les cellules contenant le couvain ne sont jamais bouchées; elles restent constamment en communication avec le conduit du nid;

3° la première ponte (unique dans une année) de la femelle fécondée ne donne naissance qu'à des femelles;

4° ces femelles, vierges, atteignent l'état parfait à partir du mois d'août mais n'entrent pas en activité l'année de leur naissance; elles passent l'hiver dans leurs cellules d'origine en compagnie de leur mère; elles ne commencent à travailler qu'au printemps suivant l'année de leur apparition et meurent au cours de l'été; ces femelles qui, nous l'avons vu (1), ont la valeur d'ouvrières, vivent une année entière ou un peu plus;

5° la fondatrice ne meurt pas à la fin de l'été après avoir donné nais-

sance aux femelles vierges; le nid qu'elle a fondé devient le nid permanent d'une société dont elle est la reine et qui va croître au cours des années à venir.

(*) Séance du 25 février 1957.

(1) C. Quenu, *Comptes rendus*, **241**, 1955, p. 1512.

BIOLOGIE. — *Sur les réactions mésenchymateuses consécutives à l'administration de substances œstrogènes et à l'injection intrapéritonéale associée de silice, chez le Cobaye. Fibromatose œstrogène et silicotique.* Note (*) de M. **Michel Mosinger**, présentée par M. Robert Courrier.

1° Les œstrogènes favorisent la production des nodules silicotiques péritonéaux chez le Cobaye, et déterminent leur transformation tumorale. 2° La silice favorise la production des conjonctivomes œstrogènes.

L'administration répétée de substances œstrogènes détermine chez le Cobaye, plusieurs mois après le début du traitement, des tumeurs conjonctives multiples dont nous avons pratiqué l'étude, après Lipschutz, depuis 1944, sous l'appellation de conjonctivomatose multiple œstrogène. Nous avons montré que le début de ces tumeurs se fait par des foyers histiocytaires qui apparaissent dans le tissu conjonctif sous-péritonéal, sous l'influence des substances œstrogènes et qui peuvent être appelés follicules œstrogènes.

D'un autre côté, l'injection intrapéritonéale de silice détermine au niveau de l'épiploon et d'autres territoires péritonéaux, la production de nodules réactionnels qui, à un moment donné, présentent, comme les nodules œstrogènes, une constitution purement histiocytaire. On peut les appeler follicules silicotiques. Ils se transforment par la suite en nodules fibreux, puis fibro-hyalins. Cette silicose nodulaire péritonéale a été étudiée depuis Sayers (1924), Millers, Sayers et Yant (1934), par de nombreux auteurs et, en France, par Policard (1950), Policard, Collet et Giltaire-Ralyte (1955), Collet et Daniel Moussard (1956).

Il est intéressant de noter que les conjonctivomes œstrogènes subissent fréquemment, comme les nodules silicotiques, l'hyalinisation.

Il était intéressant d'associer chez les mêmes animaux, les traitements par les œstrogènes et par la silice. Nous avons pratiqué chez 13 cobayes : 1° Des injections sous-cutanées répétées de benzoate d'œstradiol à raison d'une injection de 5 mg tous les 5 jours; 2° Deux à trois injections successives de 50 à 500 mg de quartz. Les animaux ont été sacrifiés 6 à 56 jours après le début du traitement et ont reçu des doses totales de 450 à 800 mg de quartz et de 10 à 55 mg de benzoate d'œstradiol.

Chez les animaux ainsi traités, les nodules silicotiques, reconnaissables à leur contenu cristallin, subissent rapidement une intense prolifération fibroblastique à éléments volumineux ainsi qu'un dépôt abondant de collagène. Dès le deuxième mois, ces nodules silicotiques, au lieu de subir, comme habituellement, un appauvrissement cellulaire progressif, prennent un aspect prolifératif. Ces nodules silicotiques volumineux, tumoriformes, sont surtout localisés dans l'épiloon par ailleurs atteint d'épiploïte rétractile serrée. Il s'agit de nodules et tumeurs d'origine mixte œstrogène et silicotique. En d'autres termes, les substances œstrogènes accélèrent la production des nodules silicotiques et déterminent leur transformation tumorale de même qu'ils entraînent la transformation tumorale des cicatrices de castration ou de spléncetomie.

Mais d'un autre côté, chez les mêmes animaux, le double traitement fait apparaître, très précocement, des tumeurs œstrogènes non centrées par la silice, avec leur localisation typique, notamment diaphragmatique et prostatique. Au 56e jour, ces tumeurs peuvent avoir le volume d'un pois. Ainsi, la silice semble stimuler de la même manière que les substances colloïdales réticulotropes (encre de Chine, bleu trypan) la production des conjonctivomes œstrogènes.

(*) Séance du 25 février 1957.

(*Institut d'Hygiène industrielle et de Médecine du Travail de l'Université d'Aix-Marseille.*)

GÉNÉTIQUE ÉVOLUTIVE. — *Sur l'activité sexuelle des mâles de plusieurs souches de* Drosophila melanogaster. Note (*) de M. **Ernest Bösiger**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les mâles de différentes souches sauvages et mutantes de *Drosophila melanogaster* ne fécondent pas le même nombre de femelles. L'activité sexuelle des mâles de souches fraîchement capturées dans des populations naturelles est plus forte que celle des mâles de souches élevées depuis longtemps au laboratoire.

Après avoir constaté que les mâles de deux souches mutantes de *Drosophila melanogaster* ne fécondent pas le même nombre de femelles, la question se posait, si de telles différences sont plus générales dans cette espèce (1).

Matériel et technique. — Un mâle, âgé de 1 à 12 h, est placé dans un tube de culture avec six femelles vierges de la souche sauvage « *Oregon R-C* » du même âge. Après 48 h, on isole chacune des femelles, pour déceler le nombre de femelles fertiles.

Pour chacune des 14 souches suivantes cette expérience a été répétée un grand nombre de fois. Dans le groupe A il s'agit de souches qui sont

élevées depuis de très longues années au laboratoire : « *vestigial* » (*vg*); « *forked* » (*f*); « *ebony* » (*e*); « *vermilion* » (*v*); « *white* » (*w*); et la souche sauvage « *Oregon R-C* » (+ *Or*). Les souches du groupe B ont été constituées avec 5-10 couples de mouches, capturées dans des populations naturelles aux lieux suivants : « *sepia* 532 » (*se* 532) à Banyuls-sur-Mer; « *Carabietta* » (+ *Ca*) dans le Tessin, Suisse; « *Birskopf* 6 » (+ *Bi* 6) à Bâle, Suisse; « *cinnabar* 127 » (*cn* 127) au Birskopf, Bâle; « *Barthelasse* » (+ *Ba*) près d'Avignon; « *Perpignan* » (+ *Pe*) au centre de la ville; « *Hiroshima* » (+ *Hi*), Japon; « *Aloxe-Corton* » (+ *Al*), Côte-d'Or.

Aucune souche n'a été préalablement isogénéisée avec une des autres souches. Les différences entre souches ne peuvent donc pas être attribuées aux gènes, par lesquels quelques-unes sont marquées.

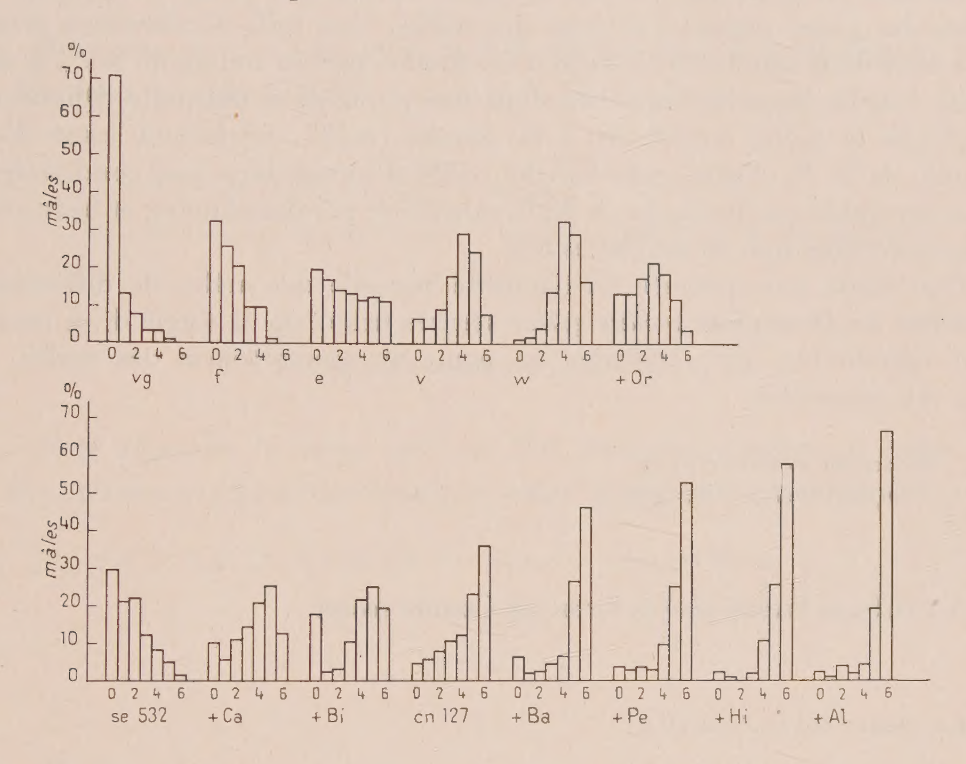
Résultats. — L'examen du tableau montre que le pourcentage de femelles fécondées, qui correspond au nombre moyen de femelles fécondées par un seul mâle, varie considérablement d'une souche à l'autre.

		Mâles.		Femelles			
					fécondées.		
	Souche.	Année capture.	Nombre.	Total.	Nombre.	(%).	par un mâle.
A.	*vg*	–	352	2112	201	9,52 ± 0,63	0,571
	f	–	267	1602	381	23,78 ± 1,06	1,427
	e	–	568	3408	1489	43,69 ± 0,85	2,621
	v	–	511	3066	1866	60,86 ± 0,88	3,651
	w	–	230	1380	988	71,59 ± 1,21	4,296
	+ *Or*	–	662	3972	1775	44,68 ± 0,79	2,681
	Moyenne....					**42,35**	**2,541**
B.	*se* 532	1952	302	1812	513	28,31 ± 1,06	1,699
	+ *Ca*	1950	276	1656	984	59,42 ± 1,21	3,565
	+ *Bi* 6	1952	258	1548	958	61,89 ± 1,23	3,713
	cn 127	1951	626	3756	2724	72,52 ± 0,73	4,351
	+ *Ba*	1955	243	1458	1182	81,06 ± 1,03	4,864
	+ *Pe*	1952	263	1578	1313	83,20 ± 0,94	4,992
	+ *Hi*	1953	143	858	756	88,11 ± 1,11	5,287
	+ *Al*	1955	259	1554	1374	88,41 ± 0,80	5,305
	Moyenne....					**70,36**	**4,222**

Les histogrammes caractérisent mieux encore les 14 souches. En ordonnée est porté le nombre de mâles pour-cent, qui ont fécondé 0, 1, 2, ..., 6 femelles. La comparaison des histogrammes permet plusieurs constatations.

1. Pour les souches *cn* 127, + *Bi* 6, + *Pe*, + *Ba*, + *Hi* et + *Al*, il est évident qu'une partie seulement de la distribution normale est couverte par les classes de 0 à 6 femelles fécondées.

2. Les souches *vg*, *f*, *se*, *e*, + *Or*, + *Bi* 6 et + *Ca* comportent un assez grand nombre de mâles, qui ne fécondent aucune des six femelles pendant les 48 h. Mais quand on laisse un mâle des souches *f*, *se*, *e* et + *Or* pendant 10 jours dans un tube avec une femelle de la souche + *Or*, on obtient une descendance dans 95 à 99,1 % des cas. Il ne s'agit donc pas, pour ces quatre souches, d'un taux important de mâles stériles, mais bien d'une activité si faible de ces mâles, qu'ils ne fécondent aucune femelle pendant les 48 h que dure l'expérience.



3. La moyenne pour-cent du nombre de femelles fécondées est beaucoup plus grande pour le lot de souches provenant de populations naturelles. Et il semble qu'à l'intérieur du groupe B les mâles des souches qui ont été mises en élevage depuis peu de temps seulement, soient les plus actifs. Il est prématuré de tirer des conclusions sur les causes de ces différences. On peut néanmoins formuler dès maintenant une hypothèse de travail. Il est probable que les mouches sont soumises, dans les populations naturelles, à une pression sélective jouant en faveur d'une grande activité des mâles; et que, par contre, au laboratoire, dans les cultures denses en bouteilles, cette pression sélective disparaît.

On pourrait voir là un effet d'hétérosis, d'autant plus que des mâles hybrides ont montré en F_1 une forte augmentation de leur activité sexuelle par rapport aux souches parentales. Mais il ne se maintiendrait

guère pendant des dizaines de générations. Il faut plutôt penser à une détermination de l'activité des mâles par un système polygénique.

Dans les conditions d'élevage au laboratoire, l'absence de pression sélective mènerait à une lente élimination de gènes responsables de la haute activité des mâles.

4. La souche *se* 532 ne contredit pas nécessairement cette hypothèse. Il est concevable qu'à chaque génération, il se forme dans les populations naturelles un petit nombre de mouches ayant une composition défavorable des gènes réglant l'activité des mâles. Une telle combinaison serait à la base de la souche *se* 532, qui a été fondée par un couple de la F_2 d'une seule femelle fécondée, capturée dans une population naturelle. Quand on applique le même argument à la souche *cn* 127, également issue d'un couple de la F_2 d'une seule femelle, celle-ci aurait reçu une combinaison plus favorable que la souche + *Bi* 6, constituée par dix couples, et beaucoup plus favorable que la souche *se* 532.

Une étude plus poussée de l'activité sexuelle des mâles de différentes souches de *Drosophila melanogaster* semble utile, car il s'agit d'un caractère héréditaire, qui détermine un point du *comportement* des mâles, et qui est mesurable.

(*) Séance du 25 février 1957.
(1) *Comptes rendus*, 239, 1954, p. 1320.

A 15 h 50 m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 h.

L. B.

ERRATA.

(*Comptes rendus* du 28 janvier 1957.)

Note présentée le même jour, de MM. *Ma Min-Yuan* et *Roger Brepson*, Sur le calcul des expressions $J_\nu(Z)\,Y_{\nu+p}(z) \pm Y_\nu(Z)\,J_{\nu+p}(z)$:

Page 549, 9ᵉ ligne, *au lieu de* $\frac{(\nu, r)}{(2Z)}$, *lire* $\frac{(\nu, r)}{(2Z)^r}$.

» 550, 2ᵉ ligne, *au lieu de* $[v_1 + V_2 + 0{,}0508\,\varepsilon_2]$, *lire* $[v_1 \pm V_2 + 0{,}0508\,\varepsilon_2]$.

(*Comptes rendus* du 4 février 1957.)

Note présentée le même jour, de MM. *Antoine Colombani* et *Pierre Huet*, Préparation et propriétés électriques des couches minces de bismuth :

Page 756, 3ᵉ ligne, *au lieu de* $540.10^{-2}\,\Omega/\text{cm}$, *lire* $540.10^{-6}\,\Omega/\text{cm}$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1957.

Melbourne autographic catalogue, 1900°0. Vol. V. *Zones* 73° and 74°, *Rectangular coordinates and diameters of star images*, by R. L. J. Ellery and Pietro Baracchi. Revised and prepared for publication under the supervision of J. M. Baldwin. Paris, Unesco, 1956; 1 vol. 27 cm.

Meteorological data of indonesian aerodromes 1951. Djakarta, Indonesia, Ministry of communication meteorological and geophysical service, 1956; 1 vol. 31,5 cm.

Proceedings of the international symposium on algebraic number theory. Organized by The science Council of Japan. Tokyo and Nikko, 1956; 1 vol. 26,5 cm.

Three historical notes, by Dr. D. McKie. Reprinted from *Nature*, vol. **163**, 1949; 1 feuillet 21,5 cm.

A new determination of the figure of the Earth from arcs, by Bernard Chovitz and Irene Fischer, in *Transactions American geophysical Union*, vol. 37, n° 5, 1956; 1 fasc. 25 cm.

Meddelanden från Uppsala Universitets geografiska Institution. Ser. A, n° **115**. *The River Klarälven a study of fluvial processes, Inaugural dissertation*, by Åke Sundborg. Thèse. Esselte Aktiebolag, 1957, 1 vol. 25 cm.

Une microfaune nouvelle du crétacé supérieur de la République d'Haïti, par Jacques Butterin. Extrait du *Bulletin de la Société géologique de France*, 6ᵉ série, T. VI, 1956; 1 fasc. 25 cm.

Science et esthétique. Principes de morphologie générale, par Édouard Monod-Herzen, Tome. I. *Formes définies. Formules de formes. Formes associées. Forme et fonctionnement. Des cristaux à la matière vivante.* Tome II. *Matière vivante. Morphologie humaine. Esthétique.* Deuxième édition revue et augmentée. Paris, Gauthier-Villars, 1956; 2 vol. 25 cm (présenté par M. Paul Montel).

Congrès géologique international. Commission de stratigraphie. *Lexique stratigraphique international.* Volume IV. *Afrique*, sous la direction de R. Furon. Fasc. II, *Madagascar.* par Henri Besairie, M. Collignon. Paris, Centre national de la recherche scientifique, 1956; 1 fasc. 21,5 cm.

(*à suivre.*)